1.PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT.

1. Vectơ pháp tuyến và phương trình tổng quát của đường thẳng :

a. Định nghĩa : Cho đường thẳng Δ. Vectơ $\vec{n} \neq \vec{0}$ gọi là *vectơ pháp tuyến* (VTPT) của Δ nếu giá của $\vec{n}$ vuông góc với Δ.

Nhận xét :

- Nếu $\vec{n}$ là VTPT của Δ thì $k\vec{n}\left(k \neq 0\right)$ cũng là VTPT của Δ.

b. Phương trình tổng quát của đường thẳng

Cho đường thẳng Δ đi qua $M_0(x_0;y_0)$ và có VTPT $\vec{n} = (a;b)$.

Khi đó $M(x;y) \in \Delta \Leftrightarrow \overrightarrow{MM_0} \perp \vec{n} \Leftrightarrow \overrightarrow{MM_0}.\vec{n} = 0 \Leftrightarrow a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0$

$\Leftrightarrow ax + by + c = 0 \quad (c = -ax_0 - by_0)$ (1)

(1) gọi là *phương trình tổng quát* của đường thẳng Δ.

Chú ý :

- Nếu đường thẳng $\Delta : ax + by + c = 0$ thì $\vec{n} = (a;b)$ là VTPT của Δ.

c) Các dạng đặc biệt của phương trình tổng quát

- Δ song song hoặc trùng với trục $Ox \Leftrightarrow \Delta : by + c = 0$
- Δ song song hoặc trùng với trục $Oy \Leftrightarrow \Delta : ax + c = 0$
- Δ đi qua gốc tọa độ $\Leftrightarrow \Delta : ax + by = 0$
- Δ đi qua hai điểm $A\left(a;0\right)$, $B\left(0;b\right) \Leftrightarrow \Delta : \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ với $\left(ab \neq 0\right)$
- Phương trình đường thẳng có hệ số góc k là $y = kx + m$ với $k = \tan\alpha$, α là góc hợp bởi tia Mt của Δ ở phía trên trục Ox và tia Mx

2. Vectơ chỉ phương và phương trình tham số của đường thẳng :

a. Định nghĩa vectơ chỉ phương :

Cho đường thẳng Δ. Vectơ $\vec{u} \neq \vec{0}$ gọi là *vectơ chỉ phương* (VTCP) của đường thẳng Δ nếu giá của nó song song hoặc trùng với Δ.

Nhận xét :

- Nếu $\vec{u}$ là VTCP của Δ thì $k\vec{u}\left(k \neq 0\right)$ cũng là VTCP của Δ.

- VTPT và VTCP vuông góc với nhau. Do vậy nếu Δ có VTCP $\vec{u} = (a;b)$ thì $\vec{n} = (-b;a)$ là một VTPT của Δ.

b. Phương trình tham số của đường thẳng :

Cho đường thẳng Δ đi qua $M_0(x_0;y_0)$ và $\vec{u} = (a;b)$ là VTCP.

Khi đó $M(x;y) \in \Delta . \Leftrightarrow \overrightarrow{MM_0} = t\vec{u} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases} \quad t \in R$. (1)

Hệ (1) gọi là *phương trình tham số* của đường thẳng Δ, t gọi là tham số

Nhận xét : Nếu Δ có phương trình tham số là (1) khi đó $A \in \Delta \Leftrightarrow A(x_0 + at; y_0 + bt)$

2. Phương trình chính tắc của đường thẳng.

Cho đường thẳng Δ đi qua $M_0(x_0;y_0)$ và $\vec{u} = (a;b)$ (với $a \neq 0$, $b \neq 0$) là vectơ chỉ phương thì phương trình $\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b}$ được gọi là phương trình chính tắc của đường thẳng Δ.

3. Vị trí tương đối của hai đường thẳng.

Cho hai đường thẳng $d_1 : a_1x + b_1y + c_1 = 0;\ d_2 : a_2x + b_2y + c_2 = 0$

- d_1 cắt d_2 khi và chỉ khi $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \neq 0$
- $d_1 // d_2$ khi và chỉ khi $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = 0$ và $\begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix} \neq 0$, hoặc $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = 0$ và $\begin{vmatrix} c_1 & a_1 \\ c_2 & a_2 \end{vmatrix} \neq 0$
- $d_1 \equiv d_2$ khi và chỉ khi $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} c_1 & a_1 \\ c_2 & a_2 \end{vmatrix} = 0$

Chú ý: Với trường hợp $a_2.b_2.c_2 \neq 0$ khi đó

+ Nếu $\frac{a_1}{b_1} \neq \frac{a_2}{b_2}$ thì hai đường thẳng cắt nhau.

+ Nếu $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ thì hai đường thẳng song song nhau.

+ Nếu $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ thì hai đường thẳng trùng nhau.

B. CÁC DẠNG TOÁN VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI.

DẠNG 1: Viết phương trình tổng quát của đường thẳng.

1. Phương pháp giải:

- Để viết phương trình tổng quát của đường thẳng Δ ta cần xác định

- Điểm $A(x_0;y_0) \in \Delta$

- Một vecto pháp tuyến $\vec{n}\left(a;b\right)$ của Δ

Khi đó phương trình tổng quát của Δ là $a\left(x - x_0\right) + b\left(y - y_0\right) = 0$

Chú ý:

- Đường thẳng Δ có phương trình tổng quát là $ax + by + c = 0,\ a^2 + b^2 \neq 0$ nhận $\vec{n}\left(a;b\right)$ làm vecto pháp tuyến.

- Nếu hai đường thẳng song song với nhau thì VTPT đường thẳng này cũng là VTPT của đường thẳng kia.
- Phương trình đường thẳng Δ qua điểm $M\left(x_0;y_0\right)$ có dạng

$\Delta: a\left(x-x_0\right)+b\left(y-y_0\right)=0$ với $a^2+b^2\neq 0$

hoặc ta chia làm hai trường hợp

+ $x=x_0$: nếu đường thẳng song song với trục Oy

+ $y-y_0=k\left(x-x_0\right)$: nếu đường thẳng cắt trục Oy

- Phương trình đường thẳng đi qua $A\left(a;0\right), B\left(0;b\right)$ với $ab\neq 0$ có dạng $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$

1. CÁC VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1: Cho tam giác ABC biết $A\left(2;0\right)$, $B\left(0;4\right)$, $C(1;3)$. Viết phương trình tổng quát của

a) Đường cao AH

b) Đường trung trực của đoạn thẳng BC.

c) Đường thẳng AB.

d) Đường thẳng qua C và song song với đường thẳng AB.

Ví dụ 2: Cho đường thẳng $d: x-2y+3=0$ và điểm $M\left(-1;2\right)$. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng Δ biết:

a) Δ đi qua điểm M và có hệ số góc $k=3$

b) Δ đi qua M và vuông góc với đường thẳng d

c) Δ đối xứng với đường thẳng d qua M

Ví dụ 3: Biết hai cạnh của một hình bình hành có phương trình $x-y=0$ và $x+3y-8=0$, tọa độ một đỉnh của hình bình hành là $\left(-2;2\right)$. Viết phương trình các cạnh còn lại của hình bình hành.

Ví dụ 4: Cho điểm $M\left(1;4\right)$. Viết phương trình đường thẳng qua M lần lượt cắt hai tia Ox, tia Oy tại A và B sao cho tam giác OAB có diện tích nhỏ nhất .

1I. BÀI TẬP TỰ LUẬN TỰ LUYỆN

Bài 1: Cho điểm $A\left(1;-3\right)$. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng Δ đi qua A và

a) Vuông góc với trục tung

b) song song với đường thẳng $d: x+2y+3=0$

Bài 2: Cho tam giác ABC biết $A\left(2;1\right)$, $B\left(-1;0\right)$, $C(0;3)$.

a) Viết phương trình tổng quát của đường cao AH

b) Viết phương trình tổng quát đường trung trực của đoạn thẳng AB.

c) Viết phương trình tổng quát đường thẳng BC.

d) Viết phương trình tổng quát đường thẳng qua A và song song với đường thẳng BC.

Bài 3: Viết phương trình tổng quátcủa đường thẳng Δ trong mỗi trường hợp sau:

a) Δ đi qua điểm $M\left(2;5\right)$ và song song với đường thẳng $d: 4x-7y+3=0$

b) Δ đi qua $P\left(2;-5\right)$ và có hệ số góc $k=11$.

Bài 4: Cho $M\left(8;6\right)$. Viết phương trình đường thẳng qua M cắt chiều dương hai trục toạ độ tại A, B sao cho $OA+OB$ đạt giá trị nhỏ nhất.

DẠNG 2: Viết phương trình tham số và chính tắc của đường thẳng.

1. Phương pháp giải:

- Để viết phương trình tham số của đường thẳng Δ ta cần xác định
  - Điểm $A(x_0;y_0)\in\Delta$
  - Một vectơ chỉ phương $\vec{u}\left(a;b\right)$ của Δ

Khi đó phương trình tham số của Δ là $\begin{cases}x=x_0+at\\ y=y_0+bt\end{cases}$, $t\in R$.

- Để viết phương trình chính tắc của đường thẳng Δ ta cần xác định
  - Điểm $A(x_0;y_0)\in\Delta$
  - Một vectơ chỉ phương $\vec{u}\left(a;b\right)$, $ab\neq 0$ của Δ

Phương trình chính tắc của đường thẳng Δ là $\dfrac{x-x_0}{a}=\dfrac{y-y_0}{b}$

(*trường hợp $ab=0$ thì đường thẳng không có phương trình chính tắc*)

Chú ý:

- Nếu hai đường thẳng song song với nhau thì chúng có cùng VTCP và VTPT.
- Hai đường thẳng vuông góc với nhau thì VTCP của đường thẳng này là VTPT của đường thẳng kia và ngược lại
- Nếu Δ có VTCP $\vec{u} = (a;b)$ thì $\vec{n} = (-b;a)$ là một VTPT của Δ.

1. CÁC VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1: Cho điểm $A(1;-3)$ và $B(-2;3)$. Viết phương trình tham số của đường thẳng Δ trong mỗi trường hợp sau:

a) Δ đi qua A và nhận vectơ $\vec{n}(1;2)$ làm vectơ pháp tuyến

b) Δ đi qua gốc tọa độ và song song với đường thẳng AB

c) Δ là đường trung trực của đoạn thẳng AB

Ví dụ 2: Viết phương trình tổng quát, tham số, chính tắc (nếu có) của đường thẳng Δ trong mỗi trường hợp sau:

a) Δ đi qua điểm $A(3;0)$ và $B(1;3)$

b) Δ đi qua $N(3;4)$ và vuông góc với đường thẳng $d': \begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 4 + 5t \end{cases}$.

Ví dụ 3: Cho tam giác ABC có $A(-2;1)$, $B(2;3)$ và $C(1;-5)$.

a) Viết phương trình đường thẳng chứa cạnh BC của tam giác.

b) Viết phương trình đường thẳng chứa đường trung tuyến AM.

c) Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm D, G với D là chân đường phân giác trong góc A và G là trọng tâm của ΔABC.

Ví dụ 4: Cho tam giác ABC biết $AB: x + y - 1 = 0$, $AC: x - y + 3 = 0$ và trọng tâm $G(1;2)$. Viết phương trình đường thẳng chứa cạnh BC.

1I. BÀI TẬP TỰ LUẬN TỰ LUYỆN

Bài 5. Cho điểm $A(2;-2)$ và $B(0;1)$. Viết phương trình tham số của đường thẳng Δ trong mỗi trường hợp sau:

a) Δ đi qua A và nhận vectơ $\vec{u}(1;2)$ làm vectơ chỉ phương

b) Δ đi qua A và nhận vectơ $\vec{n}(4;2)$ làm vectơ pháp tuyến

c) Δ đi qua $C(1;1)$ và song song với đường thẳng AB

d) Δ là đường trung trực của đoạn thẳng AB

Bài 6: Viết phương trình tổng quát, tham số, chính tắc (nếu có) của đường thẳng Δ trong mỗi trường hợp sau:

a) Δ đi qua điểm $A(3;0)$ và $B(-1;0)$

b) Δ đi qua $M(1;2)$ và vuông góc với đường thẳng $d: x-3y-1=0$.

c) Δ đi qua gốc tọa độ và song song với đường thẳng $\Delta': \begin{cases} x=1+3t \\ y=2t \end{cases}$.

Bài 7: Cho tam giác ABC có $A(2;-1)$, $B(-2;-3)$ và $C(-1;5)$.

a) Viết phương trình đường thẳng chứa cạnh của tam giác.

b) Viết phương trình đường thẳng chứa đường trung tuyến AM.

c) Viết phương trình đường thẳng đi qua trung điểm AB và trọng tâm của tam giác ABC

Bài 8. Cho tam giác ABC biết $A(1;4), B(3;-1)$ và $C(6;-2)$.

a) Viết phương trình đường thẳng chứa các cạnh AB.

b) Viết phương trình đường cao AH.

c) Viết phương trình đường trung tuyến của tam giác đó AM.

d) Viết phương trình đường trung trực cạnh BC.

e) Viết phương trình đường thẳng đi qua trọng tâm của tam giác và song song với trục hoành.

f) Viết phương trình đường thẳng đi qua trung điểm BC và vuông góc với trục tung.

g) Viết phương trình đường thẳng đi qua A và tạo với hai trục tọa độ một tam giác cân đỉnh là gốc tọa độ.

h) Đường thẳng qua C và chia tam giác thành hai phần , phần chứa điểm A có diện tích gấp đối phần chứa điểm B .

Bài 9. Viết phương trình đường thẳng qua $M(3;2)$ và cắt tia Ox tại A, tia Oy tại B sao cho :

a) $OA+OB=12$

b) Diện tích tam giác OAB bằng 12

Bài 10. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có phương trình của $AB: 2x - y + 5 = 0$, đường thẳng AD qua gốc tọa độ O, và tâm hình chữ nhật là $I(4;5)$. Viết phương trình các cạnh còn lại của hình chữ nhật.

Bài 11. Cho hình bình hành hai cạnh có phương trình $3x - y - 2 = 0$ và $x + y - 2 = 0$.

Viết phương trình hai cạnh còn lại biết tâm hình bình hành là $I(3;1)$.

Bài 12. Cho tam giác ABC có trung điểm của AB là $I(1;3)$, trung điểm AC là $J(-3;1)$. Điểm A thuộc Oy và đường BC qua gốc tọa độ O. Tìm tọa độ điểm A, phương trình BC và đường cao vẽ từ B.

Bài 13. Cho tam giác ABC biết $M(2;1)$, $N(5;3)$, $P(3;-4)$ lần lượt là trung điểm của ba cạnh. Viết phương trình các cạnh của tam giác ABC.

1II. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TỰ LUYỆN

Câu 1. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng song song với trục Ox?

A. $\overrightarrow{u_1} = (1;0)$. **B.** $\overrightarrow{u_2} = (0;-1)$. **C.** $\overrightarrow{u_3} = (-1;1)$. **D.** $\overrightarrow{u_4} = (1;1)$.

Câu 2. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng song song với trục Oy?

A. $\overrightarrow{u_1} = (1;-1)$. **B.** $\overrightarrow{u_2} = (0;1)$. **C.** $\overrightarrow{u_3} = (1;0)$. **D.** $\overrightarrow{u_4} = (1;1)$.

Câu 3. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $A(-3;2)$ và $B(1;4)$?

A. $\overrightarrow{u_1} = (-1;2)$. **B.** $\overrightarrow{u_2} = (2;1)$. **C.** $\overrightarrow{u_3} = (-2;6)$. **D.** $\overrightarrow{u_4} = (1;1)$.

Câu 4. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua gốc tọa độ $O(0;0)$ và điểm $M(a;b)$?

A. $\overrightarrow{u_1} = (0;a+b)$. **B.** $\overrightarrow{u_2} = (a;b)$.

C. $\overrightarrow{u_3} = (a;-b)$. **D.** $\overrightarrow{u_4} = (-a;b)$.

Câu 5. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $A(a;0)$ và $B(0;b)$?

A. $\overrightarrow{u_1} = (a;-b)$. **B.** $\overrightarrow{u_2} = (a;b)$. **C.** $\overrightarrow{u_3} = (b;a)$. **D.** $\overrightarrow{u_4} = (-b;a)$

Câu 6. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường phân giác góc phần tư thứ nhất?

A. $\overrightarrow{u_1} = (1;1)$. **B.** $\overrightarrow{u_2} = (0;-1)$. **C.** $\overrightarrow{u_3} = (1;0)$. **D.** $\overrightarrow{u_4} = (-1;1)$.

Câu 7. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của đường thẳng song song với trục Ox?

A. $\overrightarrow{n_1} = (0;1)$. **B.** $\overrightarrow{n_2} = (1;0)$. **C.** $\overrightarrow{n_3} = (-1;0)$. **D.** $\overrightarrow{n_4} = (1;1)$.

Câu 8. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của đường thẳng song song với trục Oy?

A. $\overrightarrow{n_1} = (1;1)$. **B.** $\overrightarrow{n_2} = (0;1)$. **C.** $\overrightarrow{n_3} = (-1;1)$. **D.** $\overrightarrow{n_4} = (1;0)$.

Câu 9. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của đường thẳng đi qua hai điểm $A(2;3)$ và $B(4;1)$?

A. $\overrightarrow{n_1} = (2;-2)$. **B.** $\overrightarrow{n_2} = (2;-1)$.

C. $\overrightarrow{n_3} = (1;1)$. **D.** $\overrightarrow{n_4} = (1;-2)$.

Câu 10. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của đường thẳng đi qua gốc tọa độ và điểm $A(a;b)$?

A. $\overrightarrow{n_1} = (-a;b)$. **B.** $\overrightarrow{n_2} = (1;0)$.

C. $\overrightarrow{n_3} = (b;-a)$. **D.** $\overrightarrow{n_4} = (a;b)$.

Câu 11. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của đường thẳng đi qua hai điểm phân biệt $A(a;0)$ và $B(0;b)$?

A. $\overrightarrow{n_1} = (b;-a)$. **B.** $\overrightarrow{n_2} = (-b;a)$.

C. $\overrightarrow{n_3} = (b;a)$. **D.** $\overrightarrow{n_4} = (a;b)$.

Câu 12. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của đường phân giác góc phần tư thứ hai?

A. $\overrightarrow{n_1}=(1;1)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(0;1)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(1;0)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(-1;1)$.

Câu 13. Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;-1)$. Trong các vectơ sau, vectơ nào là một vectơ pháp tuyến của d ?

A. $\overrightarrow{n_1}=(-1;2)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(1;-2)$.

C. $\overrightarrow{n_3}=(-3;6)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(3;6)$.

Câu 14. Đường thẳng d có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(4;-2)$. Trong các vectơ sau, vectơ nào là một vectơ chỉ phương của d ?

A. $\overrightarrow{u_1}=(2;-4)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(-2;4)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(1;2)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(2;1)$.

Câu 15. Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(3;-4)$. Đường thẳng Δ vuông góc với d có một vectơ pháp tuyến là:

A. $\overrightarrow{n_1}=(4;3)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(-4;-3)$.

C. $\overrightarrow{n_3}=(3;4)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(3;-4)$.

Câu 16. Đường thẳng d có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(-2;-5)$. Đường thẳng Δ vuông góc với d có một vectơ chỉ phương là:

A. $\overrightarrow{u_1}=(5;-2)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(-5;2)$.

C. $\overrightarrow{u_3}=(2;5)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(2;-5)$.

Câu 17. Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(3;-4)$. Đường thẳng Δ song song với d có một vectơ pháp tuyến là:

A. $\overrightarrow{n_1}=(4;3)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(-4;3)$.

C. $\overrightarrow{n_3}=(3;4)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(3;-4)$.

Câu 18. Đường thẳng d có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(-2;-5)$. Đường thẳng Δ song song với d có một vectơ chỉ phương là:

A. $\overrightarrow{u_1}=(5;-2)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(-5;-2)$.

C. $\overrightarrow{u_3}=(2;5)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(2;-5)$.

Câu 19. Một đường thẳng có bao nhiêu vectơ chỉ phương?

A. 1. **B.** 2 . **C.** 4 . **D.** Vô số.

Câu 20. Đường thẳng d đi qua điểm $M(1;-2)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(3;5)$ có phương trình tham số là:

A. $d:\begin{cases}x=3+t\\y=5-2t\end{cases}$. **B.** $d:\begin{cases}x=1+3t\\y=-2+5t\end{cases}$.

C. $d:\begin{cases}x=1+5t\\y=-2-3t\end{cases}$. **D.** $d:\begin{cases}x=3+2t\\y=5+t\end{cases}$.

Câu 21. Đường thẳng d đi qua gốc tọa độ O và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(-1;2)$ có phương trình tham số là:

A. $d:\begin{cases}x=-1\\y=2\end{cases}$. **B.** $d:\begin{cases}x=2t\\y=t\end{cases}$.

C. $d:\begin{cases}x=t\\y=-2t\end{cases}$. **D.** $d:\begin{cases}x=-2t\\y=t\end{cases}$.

Câu 22. Đường thẳng d đi qua điểm $M(0;-2)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(3;0)$ có phương trình tham số là:

A. $d:\begin{cases}x=3+2t\\y=0\end{cases}$. **B.** $d:\begin{cases}x=0\\y=-2+3t\end{cases}$.

C. $d:\begin{cases}x=3\\y=-2t\end{cases}$. **D.** $d:\begin{cases}x=3t\\y=-2\end{cases}$.

Câu 23. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng $d:\begin{cases}x=2\\y=-1+6t\end{cases}$?

A. $\overrightarrow{u_1}=(6;0)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(-6;0)$.**C.** $\overrightarrow{u_3}=(2;6)$.**D.** $\overrightarrow{u_4}=(0;1)$.

Câu 24. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=5-\frac{1}{2}t\\y=-3+3t\end{cases}$?

A. $\overrightarrow{u_1}=(-1;6)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=\left(\frac{1}{2};3\right)$.**C.** $\overrightarrow{u_3}=(5;-3)$.**D.** $\overrightarrow{u_4}=(-5;3)$.

Câu 25. Viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm $A(2;-1)$ và $B(2;5)$.

A. $\begin{cases}x=2\\y=-1+6t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2t\\y=-6t\end{cases}$.

C. $\begin{cases}x=2+t\\y=5+6t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1\\y=2+6t\end{cases}$.

Câu 26. Viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm $A(-1;3)$ và $B(3;1)$.

A. $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=3+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-1-2t \\ y=3-t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x=3+2t \\ y=-1+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-1-2t \\ y=3+t \end{cases}$.

Câu 27. Đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;1)$ và $B(2;2)$ có phương trình tham số là:

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=1+2t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x=2+2t \\ y=1+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=t \\ y=t \end{cases}$.

Câu 28. Đường thẳng đi qua hai điểm $A(3;-7)$ và $B(1;-7)$ có phương trình tham số là:

A. $\begin{cases} x=t \\ y=-7 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=t \\ y=-7-t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x=3-t \\ y=1-7t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=t \\ y=7 \end{cases}$.

Câu 29. Phương trình nào dưới đây **không** phải là phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm $O(0;0)$ và $M(1;-3)$?

A. $\begin{cases} x=1-t \\ y=3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=-3-3t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x=1-2t \\ y=-3+6t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-t \\ y=3t \end{cases}$.

Câu 30. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho ba điểm $A(2;0)$, $B(0;3)$ và $C(-3;-1)$. Đường thẳng đi qua điểm B và song song với AC có phương trình tham số là:

A. $\begin{cases} x=5t \\ y=3+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=5 \\ y=1+3t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x=t \\ y=3-5t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=3+5t \\ y=t \end{cases}$.

Câu 31. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho ba điểm $A(3;2)$, $P(4;0)$ và $Q(0;-2)$. Đường thẳng đi qua điểm A và song song với PQ có phương trình tham số là:

A. $\begin{cases} x=3+4t \\ y=2-2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=3-2t \\ y=2+t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-2+t \end{cases}$.

Câu 32. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình bình hành $ABCD$ có đỉnh $A(-2;1)$ và phương trình đường thẳng chứa cạnh CD là $\begin{cases} x=1+4t \\ y=3t \end{cases}$. Viết phương trình tham số của đường thẳng chứa cạnh AB.

A. $\begin{cases} x=-2+3t \\ y=-2-2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-2-4t \\ y=1-3t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x=-2-3t \\ y=1-4t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-2-3t \\ y=1+4t \end{cases}$.

Câu 33. Viết phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $M(-3;5)$ và song song với đường phân giác của góc phần tư thứ nhất.

A. $\begin{cases} x=-3+t \\ y=5-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-3+t \\ y=5+t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x=3+t \\ y=-5+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=5-t \\ y=-3+t \end{cases}$.

Câu 34. Viết phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $M(4;-7)$ và song song với trục Ox.

A. $\begin{cases} x=1+4t \\ y=-7t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=4 \\ y=-7+t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x=-7+t \\ y=4 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=t \\ y=-7 \end{cases}$.

Câu 35. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(1;4)$, $B(3;2)$ và $C(7;3)$. Viết phương trình tham số của đường trung tuyến CM của tam giác.

A. $\begin{cases} x=7 \\ y=3+5t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=3-5t \\ y=-7 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x=7+t \\ y=3 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=2 \\ y=3-t \end{cases}$.

Câu 36. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(2;4)$, $B(5;0)$ và $C(2;1)$. Trung tuyến BM của tam giác đi qua điểm N có hoành độ bằng 20 thì tung độ bằng:

A. -12. **B.** $-\dfrac{25}{2}$. **C.** -13. **D.** $-\dfrac{27}{2}$.

Câu 37. Một đường thẳng có bao nhiêu vectơ pháp tuyến?

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** Vô số.

Câu 38. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của $d: x-2y+2017=0$?

A. $\overrightarrow{n_1}=(0;-2)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(1;-2)$.

C. $\overrightarrow{n_3}=(-2;0)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(2;1)$.

Câu 39. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của $d: -3x+y+2017=0$?

A. $\overrightarrow{n_1}=(-3;0)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(-3;-1)$.

C. $\overrightarrow{n_3}=(6;2)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(6;-2)$.

Câu 40. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của $d: \begin{cases} x=-1+2t \\ y=3-t \end{cases}$?

A. $\overrightarrow{n_1}=(2;-1)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(-1;2)$.

C. $\overrightarrow{n_3}=(1;-2)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(1;2)$.

Câu 41. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của $d: 2x-3y+2018=0$?

A. $\overrightarrow{u_1}=(-3;-2)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(2;3)$.

C. $\overrightarrow{u_3}=(-3;2)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(2;-3)$.

Câu 42. Đường trung trực của đoạn thẳng AB với $A=(-3;2)$, $B=(-3;3)$ có một vectơ pháp tuyến là:

A. $\overrightarrow{n_1}=(6;5)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(0;1)$.

C. $\overrightarrow{n_3}=(-3;5)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(-1;0)$.

Câu 43. Cho đường thẳng $\Delta: x-3y-2=0$. Vectơ nào sau đây không phải là vectơ pháp tuyến của Δ?

A. $\overrightarrow{n_1}=(1;-3)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(-2;6)$.

C. $\overrightarrow{n_3}=\left(\dfrac{1}{3};-1\right)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(3;1)$.

Câu 44. Đường thẳng d đi qua điểm $A(1;-2)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(-2;4)$ có phương trình tổng quát là:

A. $d: x+2y+4=0$. **B.** $d: x-2y-5=0$.

C. $d: -2x+4y=0$. **D.** $d: x-2y+4=0$.

Câu 45. Đường thẳng d đi qua điểm $M(0;-2)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(3;0)$ có phương trình tổng quát là:

A. $d: x=0$. **B.** $d: y+2=0$.

C. $d: y-2=0$. **D.** $d: x-2=0$.

Câu 46. Đường thẳng d đi qua điểm $A(-4;5)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(3;2)$ có phương trình tham số là:

A. $\begin{cases} x=-4-2t \\ y=5+3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-2t \\ y=1+3t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=5-2t \\ y=-4+3t \end{cases}$.

Câu 47. Phương trình nào sau đây là phương trình tổng quát của đường thẳng $d: \begin{cases} x=3-5t \\ y=1+4t \end{cases}$?

A. $4x+5y+17=0$. **B.** $4x-5y+17=0$.

C. $4x+5y-17=0$. **D.** $4x-5y-17=0$.

Câu 48. Phương trình nào sau đây là phương trình tổng quát của đường thẳng $d: \begin{cases} x=15 \\ y=6+7t \end{cases}$?

A. $x-15=0$. **B.** $x+15=0$.

C. $6x-15y=0$. **D.** $x-y-9=0$.

Câu 49. Phương trình nào sau đây là phương trình tham số của đường thẳng $d: x-y+3=0$?

A. $\begin{cases} x=t \\ y=3+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=t \\ y=3-t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x=3 \\ y=t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=1+t \end{cases}$.

Câu 50. Phương trình nào sau đây là phương trình tham số của đường thẳng $d: 3x-2y+6=0$?

A. $\begin{cases} x = 3t \\ y = 2t + 3 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = t \\ y = \dfrac{3}{2}t + 3 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = t \\ y = -\dfrac{3}{2}t + 3 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 2t \\ y = \dfrac{3}{2}t + 3 \end{cases}$.

Câu 51. Cho đường thẳng $d: 3x + 5y + 2018 = 0$. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

A. d có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (3;5)$.

B. d có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (5;-3)$.

C. d có hệ số góc $k = \dfrac{5}{3}$.

D. d song song với đường thẳng $\Delta: 3x + 5y = 0$.

Câu 52. Đường thẳng d đi qua điểm $M(1;2)$ và song song với đường thẳng $\Delta: 2x + 3y - 12 = 0$ có phương trình tổng quát là:

A. $2x + 3y - 8 = 0$. **B.** $2x + 3y + 8 = 0$.

C. $4x + 6y + 1 = 0$. **D.** $4x - 3y - 8 = 0$.

Câu 53. Phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua O và song song với đường thẳng $\Delta: 6x - 4x + 1 = 0$ là:

A. $3x - 2y = 0.$ **B.** $4x + 6y = 0.$

C. $3x + 12y - 1 = 0.$ **D.** $6x - 4y - 1 = 0.$

Câu 54. Đường thẳng d đi qua điểm $M(-1;2)$ và vuông góc với đường thẳng
$\Delta: 2x + y - 3 = 0$ có phương trình tổng quát là:

A. $2x + y = 0$. **B.** $x - 2y - 3 = 0$.

C. $x + y - 1 = 0$. **D.** $x - 2y + 5 = 0$.

Câu 55. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $A(4;-3)$ và song song với đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 1 + 3t \end{cases}$.

A. $3x + 2y + 6 = 0$. **B.** $-2x + 3y + 17 = 0$.

C. $3x + 2y - 6 = 0$. **D.** $3x - 2y + 6 = 0$.

Câu 56. Cho tam giác ABC có $A(2;0)$, $B(0;3)$, $C(-3;1)$. Đường thẳng d đi qua B và song song với AC có phương trình tổng quát là:

A. $5x - y + 3 = 0$. **B.** $5x + y - 3 = 0$.

C. $x + 5y - 15 = 0$. **D.** $x - 15y + 15 = 0$.

Câu 57. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua điểm $M(-1;0)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = -2t \end{cases}$.

A. $2x + y + 2 = 0$. **B.** $2x - y + 2 = 0$.

C. $x - 2y + 1 = 0$. **D.** $x + 2y + 1 = 0$.

Câu 58. Đường thẳng d đi qua điểm $M(-2;1)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = -2 + 5t \end{cases}$ có phương trình tham số là:

A. $\begin{cases} x = -2 - 3t \\ y = 1 + 5t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = -2 + 5t \\ y = 1 + 3t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 2 + 5t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1 + 5t \\ y = 2 + 3t \end{cases}$.

Câu 59. Viết phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $A(-1;2)$ và song song với đường thẳng $\Delta: 3x - 13y + 1 = 0$.

A. $\begin{cases} x = -1 + 13t \\ y = 2 + 3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1 + 13t \\ y = -2 + 3t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = -1 - 13t \\ y = 2 + 3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 - 13t \end{cases}$.

Câu 60. Viết phương trình tham số của đường thẳng d qua điểm $A(-1;2)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: 2x - y + 4 = 0$.

A. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 - t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = t \\ y = 4 + 2t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 + t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \end{cases}$.

Câu 61. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua điểm $M(-2;-5)$ và song song với đường phân giác góc phần tư thứ nhất.

A. $x + y - 3 = 0$. **B.** $x - y - 3 = 0$.

C. $x+y+3=0$. **D.** $2x-y-1=0$.

Câu 62. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua điểm $M(3;-1)$ và vuông góc với đường phân giác góc phần tư thứ hai.

A. $x+y-4=0$. **B.** $x-y-4=0$.

C. $x+y+4=0$. **D.** $x-y+4=0$.

Câu 63. Viết phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $M(-4;0)$ và vuông góc với đường phân giác góc phần tư thứ hai.

A. $\begin{cases} x=t \\ y=-4+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-4+t \\ y=-t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x=t \\ y=4+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=t \\ y=4-t \end{cases}$.

Câu 64. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua điểm $M(-1;2)$ và song song với trục Ox.

A. $y+2=0$. **B.** $x+1=0$.

C. $x-1=0$. **D.** $y-2=0$.

Câu 65. Viết phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $M(6;-10)$ và vuông góc với trục Oy.

A. $\begin{cases} x=10+t \\ y=6 \end{cases}$. **B.** $d:\begin{cases} x=2+t \\ y=-10 \end{cases}$.

C. $d:\begin{cases} x=6 \\ y=-10-t \end{cases}$. **D.** $d:\begin{cases} x=6 \\ y=-10+t \end{cases}$.

Câu 66. Phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua hai điểm $A(3;-1)$ và $B(1;5)$ là:

A. $-x+3y+6=0$. **B.** $3x-y+10=0$.

C. $3x-y+6=0$. **D.** $3x+y-8=0$.

Câu 67. Phương trình đường thẳng cắt hai trục tọa độ tại $A(-2;0)$ và $B(0;3)$ là:

A. $2x-3y+4=0$. **B.** $3x-2y+6=0$.

C. $3x-2y-6=0$. **D.** $2x-3y-4=0$.

Câu 68. Phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua hai điểm $A(2;-1)$ và $B(2;5)$ là:

A. $x+y-1=0$. **B.** $2x-7y+9=0$.

C. $x+2=0$. **D.** $x-2=0$.

Câu 69. Phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua hai điểm $A(3;-7)$ và $B(1;-7)$ là:

A. $y-7=0$. **B.** $y+7=0$.

C. $x+y+4=0$. **D.** $x+y+6=0$.

Câu 70. Cho tam giác ABC có $A(1;1)$, $B(0;-2)$, $C(4;2)$. Lập phương trình đường trung tuyến của tam giác ABC kẻ từ A.

A. $x+y-2=0$. **B.** $2x+y-3=0$.

C. $x+2y-3=0$. **D.** $x-y=0$.

Câu 71. Đường trung trực của đoạn AB với $A(1;-4)$ và $B(5;2)$ có phương trình là:

A. $2x+3y-3=0$. **B.** $3x+2y+1=0$.

C. $3x-y+4=0$. **D.** $x+y-1=0$.

Câu 72. Đường trung trực của đoạn AB với $A(4;-1)$ và $B(1;-4)$ có phương trình là:

A. $x+y=1$. **B.** $x+y=0$.

C. $y-x=0$. **D.** $x-y=1$.

Câu 73. Đường trung trực của đoạn AB với $A(1;-4)$ và $B(1;2)$ có phương trình là:

A. $y+1=0$. **B.** $x+1=0$.

C. $y-1=0$. **D.** $x-4y=0$.

Câu 74. Đường trung trực của đoạn AB với $A(1;-4)$ và $B(3;-4)$ có phương trình là :

A. $y+4=0$. **B.** $x+y-2=0$.

C. $x-2=0$. **D.** $y-4=0$.

Câu 75. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(2;-1)$, $B(4;5)$ và $C(-3;2)$. Lập phương trình đường cao của tam giác ABC kẻ từ A.

A. $7x+3y-11=0$. **B.** $-3x+7y+13=0$.

C. $3x+7y+1=0.$ **D.** $7x+3y+13=0.$

Câu 76. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(2;-1)$, $B(4;5)$ và $C(-3;2)$. Lập phương trình đường cao của tam giác ABC kẻ từ B.

A. $3x-5y-13=0.$ **B.** $3x+5y-20=0.$

C. $3x+5y-37=0.$ **D.** $5x-3y-5=0.$

Câu 77. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(2;-1)$, $B(4;5)$ và $C(-3;2)$. Lập phương trình đường cao của tam giác ABC kẻ từ C.

A. $x+y-1=0.$ **B.** $x+3y-3=0.$

C. $3x+y+11=0.$ **D.** $3x-y+11=0.$

DẠNG 3: Xét vị trí tương đối của hai đường

1. Phương pháp giải:

Để xét vị trí tương đối của hai đường thẳng $d_1: a_1x+b_1y+c_1=0;\ d_2: a_2x+b_2y+c_2=0$.

Ta xét hệ $\begin{cases} a_1x+b_1y+c_1=0 \\ a_2x+b_2y+c_2=0 \end{cases}$ (I)

+ Hệ (I) vô nghiệm suy ra $d_1 // d_2$.

+ Hệ (I) vô số nghiệm suy ra $d_1 \equiv d_2$

+ Hệ (I) có nghiệm duy nhất suy ra d_1 và d_2 cắt nhau và nghiệm của hệ là tọa độ giao điểm.

Chú ý: Với trường hợp $a_2.b_2.c_2 \neq 0$ khi đó

+ Nếu $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ thì hai đường thẳng cắt nhau.

+ Nếu $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ thì hai đường thẳng song song nhau.

+ Nếu $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ thì hai đường thẳng trùng nhau.

1. CÁC VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1: Xét vị trí tương đối các cặp đường thẳng sau

a) $\Delta_1 : x + y - 2 = 0$; $\Delta_2 : 2x + y - 3 = 0$

b) $\Delta_1 : -x - 2y + 5 = 0$; $\Delta_2 : 2x + 4y - 10 = 0$

c) $\Delta_1 : 2x - 3y + 5 = 0$; $\Delta_2 : x - 5 = 0$

d) $\Delta_1 : 2x + 3y + 4 = 0$; $\Delta_2 : -4x - 6y = 0$

Ví dụ 2: Cho tam giác ABC có phương trình các đường thẳng AB, BC, CA là

$AB : 2x - y + 2 = 0$; $BC : 3x + 2y + 1 = 0$; $CA : 3x + y + 3 = 0$.

Xác định vị trí tương đối của đường cao kẻ từ đỉnh A và đường thẳng $\Delta : 3x - y - 2 = 0$

Ví dụ 3: Cho hai đường thẳng $\Delta_1 : (m-3)x + 2y + m^2 - 1 = 0$ và $\Delta_2 : -x + my + (m-1)^2 = 0$.

a) Xác định vị trí tương đối và xác định giao điểm (nếu có) của Δ_1 và Δ_2 trong các trường hợp $m = 0, m = 1$

b) Tìm m để hai đường thẳng song song với nhau.

Ví dụ 4: Cho tam giác ABC, tìm tọa độ các đỉnh của tam giác trong trường hợp sau

a) Biết $A(2;2)$ và hai đường cao có phương trình $d_1 : x + y - 2 = 0$; $d_2 : 9x - 3y + 4 = 0$.

b) Biết $A(4;-1)$, phương trình đường cao kẻ từ B là $\Delta : 2x - 3y = 0$; phương trình trung tuyến đi qua đỉnh C là $\Delta' : 2x + 3y = 0$.

1I. BÀI TẬP TỰ LUẬN TỰ LUYỆN

Bài 14: Xét vị trí tương đối của các cặp đường thẳng sau:

$a)\ d_1 : x + y - 3 = 0;\ d_2 : 2x + 2y = 0$

$b)\ d_1 : -4x + 6y - 2 = 0;\ d_2 : 2x - 3y + 1 = 0$

$c)\ d_1 : 3x + 2y - 1 = 0;\ d_2 : x + 3y - 4 = 0$

Bài 15: Cho hai đường thẳng $\Delta_1 : 3x - y - 3 = 0,\ \Delta_2 : x + y + 2 = 0$ và điểm $M(0;2)$

a) Tìm tọa độ giao điểm của Δ_1 và Δ_2.

b) Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua M và cắt Δ_1 và Δ_2 lần lượt tại A và B sao cho B là trung điểm của đoạn thẳng AM

Bài 16: Cho hai đường thẳng có phương trình:

$\Delta_1 : (a-b)x + y = 1;\ \Delta_2 : (a^2 - b^2)x + ay = b$ với $a^2 + b^2 \neq 0$

a) Tìm quan hệ giữa a và b để Δ_1 và Δ_2 cắt nhau

b) Tìm điều kiện giữa a và b để Δ_1 và Δ_2 cắt nhau tại điểm thuộc trục hoành.

Bài 17: Cho 2 đường thẳng $\Delta_1 : kx - y + k = 0;\ \Delta_2 : (1-k^2)x + 2ky - 1 - k^2 = 0$.

Chứng minh rằng:

a) Đường thẳng Δ_1 luôn đi qua 1 điểm cố định với mọi k.

b) Δ_1 luôn cắt Δ_2. Xác định toạ độ giao điểm của chúng.

Bài 18: Cho hai đường thẳng $\Delta_1 : mx - y + 1 - m = 0;\ \Delta_2 : -x + my + 2 = 0$

Biện luận theo m vị trí tương đối của hai đường thẳng.

Bài 19: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho các điểm $A(0;1)$, $B(2;-1)$ và các đường thẳng

$d_1 : (m-1)x + (m-2)y + 2 - m = 0$, $d_2 : (2-m)x + (m-1)y + 3m - 5 = 0$

a) Chứng minh d_1 và d_2 luôn cắt nhau.

b) Gọi P là giao điểm của d_1 và d_2. Tìm m sao cho $PA + PB$ lớn nhất.

Bài 20: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho hai đường thẳng $\Delta_m : mx + y - m - 1 = 0,\ \Delta_{m'} : x - my - 3 - m = 0$, (với m là tham số thực). Chứng minh rằng với mọi $m \in R$ thì hai đường thẳng đó luôn cắt nhau tại 1 điểm nằm trên một đường tròn cố định.

Bài 21: Tam giác ABC biết $AB : 5x - 2y + 6 = 0$ và $AC : 4x + 7y - 21 = 0$ và $H(0;0)$ là trực tâm của tam giác. Tìm tọa độ điểm A, B.

Bài 22: Cho điểm $A(2;1)$ và đường thẳng $d : 3x - y + 3 = 0$. Tìm hình chiếu của A lên d.

Bài 23: Cho tam giác ABC biết $A(-4;6)$, $B(-1;2)$ và đường phân giác trong CK có phương trình là $3x + 9y - 22 = 0$. Tính toạ độ đỉnh C của tam giác.

III. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TỰ LUYỆN

Câu 78. Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng $d_1 : x - 2y + 1 = 0$ và $d_2 : -3x + 6y - 10 = 0$.	**A.** Trùng nhau. **B.** Song song. **C.** Vuông góc với nhau.

D. Cắt nhau nhưng không vuông góc nhau.

Câu 79. Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng

$$d_1: 3x-2y-6=0 \text{ và } d_2: 6x-2y-8=0.$$

A. Trùng nhau. **B.** Song song.

C. Vuông góc với nhau.

D. Cắt nhau nhưng không vuông góc nhau.

Câu 80. Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{3}-\frac{y}{4}=1$ và $d_2: 3x+4y-10=0$.

A. Trùng nhau. **B.** Song song.

C. Vuông góc với nhau.

D. Cắt nhau nhưng không vuông góc nhau.

Câu 81. Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x=-1+t \\ y=-2-2t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x=2-2t' \\ y=-8+4t' \end{cases}$.

A. Trùng nhau. **B.** Song song.

C. Vuông góc với nhau.

D. Cắt nhau nhưng không vuông góc nhau.

Câu 82. Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x=-3+4t \\ y=2-6t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x=2-2t' \\ y=-8+4t' \end{cases}$.

A. Trùng nhau. **B.** Song song.

C. Vuông góc với nhau.

D. Cắt nhau nhưng không vuông góc nhau.

Câu 83. Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng

$$\Delta_1: \begin{cases} x=3+\frac{3}{2}t \\ y=-1+\frac{4}{3}t \end{cases} \text{ và } \Delta_2: \begin{cases} x=\frac{9}{2}+9t' \\ y=\frac{1}{3}+8t' \end{cases}.$$

A. Trùng nhau. **B.** Song song.

C. Vuông góc với nhau.

D. Cắt nhau nhưng không vuông góc nhau.

Câu 84. Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng

$$\Delta_1: 7x+2y-1=0 \text{ và } \Delta_2: \begin{cases} x=4+t \\ y=1-5t \end{cases}.$$

A. Trùng nhau. **B.** Song song.

C. Vuông góc với nhau.

D. Cắt nhau nhưng không vuông góc nhau.

Câu 85. Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng

$$d_1: \begin{cases} x=4+2t \\ y=1-3t \end{cases} \text{ và } d_2: 3x+2y-14=0.$$

A. Trùng nhau. **B.** Song song.

C. Vuông góc với nhau.

D. Cắt nhau nhưng không vuông góc nhau.

Câu 86. Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng

$$d_1: \begin{cases} x=4+2t \\ y=1-5t \end{cases} \text{ và } d_2: 5x+2y-14=0.$$

A. Trùng nhau. **B.** Song song.

C. Vuông góc với nhau.

D. Cắt nhau nhưng không vuông góc nhau.

Câu 87. Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x=2+3t \\ y=-2t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x=2t' \\ y=-2+3t' \end{cases}$.

A. Trùng nhau. **B.** Song song.

C. Vuông góc với nhau.

D. Cắt nhau nhưng không vuông góc nhau.

Câu 88. Cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x=2+t \\ y=-3+2t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x=5-t_1 \\ y=-7+3t_1 \end{cases}$.

Khẳng định nào sau đây là đúng:

A. d_1 song song d_2. **B.** d_1 và d_2 cắt nhau tại $M(1;-3)$.

C. d_1 trùng với d_2. **D.** d_1 và d_2 cắt nhau tại $M(3;-1)$.

Câu 89. Cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x=1-t \\ y=5+3t \end{cases}$ và $d_2: x-2y+1=0$.

Khẳng định nào sau đây là đúng:

A. d_1 song song d_2 .**B.** d_2 song song với trục Ox .

C. d_2 cắt trục Oy tại $M\left(0;\frac{1}{2}\right)$.

D. d_1 và d_2 cắt nhau tại $M\left(\frac{1}{8};\frac{3}{8}\right)$.

Câu 90. Cho bốn điểm $A(4;-3)$, $B(5;1)$, $C(2;3)$ và $D(-2;2)$. Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng AB và CD.

A. Trùng nhau. **B.** Song song.

C. Vuông góc với nhau.

D. Cắt nhau nhưng không vuông góc nhau.

Câu 91. Cho bốn điểm $A(1;2)$, $B(4;0)$, $C(1;-3)$ và $D(7;-7)$. Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng AB và CD.

A. Trùng nhau. **B.** Song song.

C. Vuông góc với nhau.

D. Cắt nhau nhưng không vuông góc nhau.

Câu 92. Các cặp đường thẳng nào sau đây vuông góc với nhau?

A. $d_1:\begin{cases}x=t\\y=-1-2t\end{cases}$ và $d_2:2x+y-1=0$.

B. $d_1:x-2=0$ và $d_2:\begin{cases}x=t\\y=0\end{cases}$.

C. $d_1:2x-y+3=0$ và $d_2:x-2y+1=0$.

D. $d_1:2x-y+3=0$ và $d_2:4x-2y+1=0$.

Câu 93. Đường thẳng nào sau đây song song với đường thẳng $2x+3y-1=0$?

A. $2x+3y+1=0$. **B.** $x-2y+5=0$.

C. $2x-3y+3=0$. **D.** $4x-6y-2=0$.

Câu 94. Đường thẳng nào sau đây không có điểm chung với đường thẳng $x-3y+4=0$?

A. $\begin{cases}x=1+t\\y=2+3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1-t\\y=2+3t\end{cases}$.

C. $\begin{cases}x=1-3t\\y=2+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1-3t\\y=2-t\end{cases}$.

Câu 95. Đường thẳng nào sau đây vuông góc với đường thẳng $4x-3y+1=0$?

A. $\begin{cases}x=4t\\y=-3-3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=4t\\y=-3+3t\end{cases}$.

C. $\begin{cases}x=-4t\\y=-3-3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=8t\\y=-3+t\end{cases}$.

Câu 96. Đường thẳng nào sau đây có vô số điểm chung với đường thẳng $\begin{cases}x=t\\y=-1\end{cases}$?

A. $\begin{cases}x=0\\y=-1+2018t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-1+t\\y=0\end{cases}$.

C. $\begin{cases}x=-1+2018t\\y=-1\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1\\y=-1+t\end{cases}$.

Câu 97. Đường thẳng nào sau đây có đúng một điểm chung với đường thẳng $\begin{cases}x=-2+3t\\y=5-7t\end{cases}$?

A. $7x+3y-1=0$. **B.** $7x+3y+1=0$.

C. $3x-7y+2018=0$. **D.** $7x+3y+2018=0$.

Câu 98. Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng

$d_1:3x+4y+10=0$ và $d_2:(2m-1)x+m^2y+10=0$ trùng nhau?

A. $m\pm 2$. **B.** $m=\pm 1$. **C.** $m=2$. **D.** $m=-2$.

Câu 99. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng có phương trình $d_1:mx+(m-1)y+2m=0$ và $d_2:2x+y-1=0$. Nếu d_1 song song d_2 thì:

A. $m=2$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=-2$. **D.** $m=1$.

Câu 100. Tìm m để hai đường thẳng $d_1:2x-3y+4=0$ và $d_2:\begin{cases}x=2-3t\\y=1-4mt\end{cases}$ cắt nhau.

A. $m\neq -\frac{1}{2}$. **B.** $m\neq 2$. **C.** $m\neq \frac{1}{2}$. **D.** $m=\frac{1}{2}$.

Câu 101. Với giá trị nào của a thì hai đường thẳng

$d_1: 2x-4y+1=0$ và $d_2: \begin{cases} x=-1+at \\ y=3-(a+1)t \end{cases}$ vuông góc với nhau?

A. $a=-2$. **B.** $a=2$. **C.** $a=-1$. **D.** $a=1$.

Câu 102. Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng

$d_1: \begin{cases} x=-2+2t \\ y=-3t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x=2+mt \\ y=-6+(1-2m)t \end{cases}$ trùng nhau?

A. $m=\frac{1}{2}$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=2$. **D.** $m\neq\pm2$.

Câu 103. Tìm tất cả các giá trị của m để hai đường thẳng

$d_1: \begin{cases} x=2+2t \\ y=1+mt \end{cases}$ và $d_2: 4x-3y+m=0$ trùng nhau.

A. $m=-3$. **B.** $m=1$. **C.** $m=\frac{4}{3}$. **D.** $m\in\varnothing$.

Câu 104. Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng

$d_1: 2x+y+4-m=0$ và $d_2: (m+3)x+y+2m-1=0$ song song?

A. $m=1$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=2$. **D.** $m=3$.

Câu 105. Tìm tất cả các giá trị của m để hai đường thẳng

$\Delta_1: 2x-3my+10=0$ và $\Delta_2: mx+4y+1=0$ cắt nhau.

A. $1<m<10$.**B.** $m=1$. **C.** Không có m .**D.** Với mọi m.

Câu 106. Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng

$\Delta_1: mx+y-19=0$ và $\Delta_2: (m-1)x+(m+1)y-20=0$ vuông góc?

A. Với mọi m .**B.** $m=2$. **C.** Không có m .**D.** $m=\pm1$.

Câu 107. Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng

$d_1: 3mx+2y+6=0$ và $d_2: (m^2+2)x+2my+6=0$ cắt nhau?

A. $m\neq-1$. **B.** $m\neq1$.**C.** $m\in\mathbb{R}$ **D.** $m\neq1$ và $m\neq-1$.

Câu 108. Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng

$d_1: 2x-3y-10=0$ và $d_2: \begin{cases} x=2-3t \\ y=1-4mt \end{cases}$ vuông góc?

A. $m=\frac{1}{2}$. **B.** $m=\frac{9}{8}$. **C.** $m=-\frac{9}{8}$.**D.** $m=-\frac{5}{4}$.

Câu 109. Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng

$d_1: 4x-3y+3m=0$ và $d_2: \begin{cases} x=1+2t \\ y=4+mt \end{cases}$ trùng nhau?

A. $m=-\frac{8}{3}$. **B.** $m=\frac{8}{3}$. **C.** $m=-\frac{4}{3}$.**D.** $m=\frac{4}{3}$.

Câu 110. Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng

$d_1: 3mx+2y-6=0$ và $d_2: (m^2+2)x+2my-3=0$ song song?

A. $m=1; m=-1$.**B.** $m\in\varnothing$.**C.** $m=2$. **D.** $m=-1$.

Câu 111. Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng

$d_1: \begin{cases} x=8-(m+1)t \\ y=10+t \end{cases}$ và $d_2: mx+2y-14=0$ song song?

A. $\left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-2 \end{array}\right.$. **B.** $m=1$. **C.** $m=-2$. **D.** $m\in\varnothing$.

Câu 112. Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng

$d_1: (m-3)x+2y+m^2-1=0$ và

$d_2: -x+my+m^2-2m+1=0$ cắt nhau?

A. $m\neq1$. **B.** $\begin{cases} m\neq1 \\ m\neq2 \end{cases}$. **C.** $m\neq2$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m\neq1 \\ m\neq2 \end{array}\right.$.

Câu 113. Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng

$\Delta_1: \begin{cases} x=m+2t \\ y=1+(m^2+1)t \end{cases}$ và $\Delta_2: \begin{cases} x=1+mt \\ y=m+t \end{cases}$ trùng nhau?

A. Không có m .**B.** $m=\frac{4}{3}$. **C.** $m=1$. **D.** $m=-3$.

Câu 114. Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng $\Delta: 5x+2y-10=0$ và trục hoành.

A. $(0;2)$. **B.** $(0;5)$. **C.** $(2;0)$. **D.** $(-2;0)$.

Câu 115. Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng $d: \begin{cases} x=2t \\ y=-5+15t \end{cases}$ và trục tung.

A. $\left(\frac{2}{3};0\right)$. **B.** $(0;-5)$. **C.** $(0;5)$. **D.** $(-5;0)$.

Câu 116. Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng $7x-3y+16=0$ và $x+10=0$.

A. $(-10;-18)$. **B.** $(10;18)$. **C.** $(-10;18)$. **D.** $(10;-18)$.

Câu 117. Tìm toạ độ giao điểm của hai đường thẳng

$$d_1:\begin{cases}x=-3+4t\\y=2+5t\end{cases} \text{ và } d_2:\begin{cases}x=1+4t'\\y=7-5t'\end{cases}.$$

A. $(1;7)$. **B.** $(-3;2)$. **C.** $(2;-3)$. **D.** $(5;1)$.

Câu 118. Cho hai đường thẳng $d_1:2x+3y-19=0$ và $d_2:\begin{cases}x=22+2t\\y=55+5t\end{cases}$. Tìm toạ độ giao điểm của hai đường thẳng đã cho.

A. $(2;5)$. **B.** $(10;25)$. **C.** $(-1;7)$. **D.** $(5;2)$.

Câu 119. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(-2;0)$, $B(1;4)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=-t\\y=2-t\end{cases}$. Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng AB và d.

A. $(2;0)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(0;-2)$.

Câu 120. Xác định a để hai đường thẳng $d_1:ax+3y-4=0$ và $d_2:\begin{cases}x=-1+t\\y=3+3t\end{cases}$ cắt nhau tại một điểm nằm trên trục hoành.

A. $a=1$. **B.** $a=-1$. **C.** $a=2$. **D.** $a=-2$.

Câu 121. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hai đường thẳng $d_1:4x+3my-m^2=0$ và $d_2:\begin{cases}x=2+t\\y=6+2t\end{cases}$ cắt nhau tại một điểm thuộc trục tung.

A. $m=0$ hoặc $m=-6$. **B.** $m=0$ hoặc $m=2$.

C. $m=0$ hoặc $m=-2$. **D.** $m=0$ hoặc $m=6$.

Câu 122. Cho ba đường thẳng $d_1:3x-2y+5=0$, $d_2:2x+4y-7=0$, $d_3:3x+4y-1=0$. Phương trình đường thẳng d đi qua giao điểm của d_1 và d_2, và song song với d_3 là:

A. $24x+32y-53=0$. **B.** $24x+32y+53=0$.

C. $24x-32y+53=0$. **D.** $24x-32y-53=0$.

Câu 123. Lập phương trình của đường thẳng Δ đi qua giao điểm của hai đường thẳng $d_1:x+3y-1=0$, $d_2:x-3y-5=0$ và vuông góc với đường thẳng $d_3:2x-y+7=0$.

A. $3x+6y-5=0$. **B.** $6x+12y-5=0$.

C. $6x+12y+10=0$. **D.** $x+2y+10=0$.

Câu 124. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho ba đường thẳng lần lượt có phương trình $d_1:3x-4y+15=0$, $d_2:5x+2y-1=0$ và $d_3:mx-(2m-1)y+9m-13=0$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để ba đường thẳng đã cho cùng đi qua một điểm.

A. $m=\frac{1}{5}$. **B.** $m=-5$. **C.** $m=-\frac{1}{5}$. **D.** $m=5$.

Câu 125. Nếu ba đường thẳng

$$d_1:\ 2x+y-4=0,\ d_2:5x-2y+3=0 \text{ và } d_3:mx+3y-2=0$$

đồng quy thì m nhận giá trị nào sau đây?

A. $\frac{12}{5}$. **B.** $-\frac{12}{5}$. **C.** 12. **D.** -12.

Câu 126. Với giá trị nào của m thì ba đường thẳng $d_1:3x-4y+15=0$, $d_2:5x+2y-1=0$ và $d_3:mx-4y+15=0$ đồng quy?

A. $m=-5$. **B.** $m=5$. **C.** $m=3$. **D.** $m=-3$.

Câu 127. Với giá trị nào của m thì ba đường thẳng $d_1:2x+y-1=0$, $d_2:x+2y+1=0$ và $d_3:mx-y-7=0$ đồng quy?

A. $m=-6$. **B.** $m=6$. **C.** $m=-5$. **D.** $m=5$.

Câu 128. Đường thẳng $d:51x-30y+11=0$ đi qua điểm nào sau đây?

A. $M\left(-1;-\frac{4}{3}\right)$. **B.** $N\left(-1;\frac{4}{3}\right)$. **C.** $P\left(1;\frac{3}{4}\right)$. **D.** $Q\left(-1;-\frac{3}{4}\right)$.

Câu 129. Điểm nào sau đây thuộc đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=3-t\end{cases}$?

A. $M(2;-1)$. **B.** $N(-7;0)$. **C.** $P(3;5)$. **D.** $Q(3;\ 2)$.

Câu 130. Đường thẳng $12x-7y+5=0$ **không** đi qua điểm nào sau đây?

A. $M(1;1)$. **B.** $N(-1;-1)$. **C.** $P\left(-\frac{5}{12};0\right)$. **D.** $Q\left(1;\frac{17}{7}\right)$.

Câu 131. Điểm nào sau đây **không** thuộc đường thẳng $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=3-5t \end{cases}$?

A. $M(-1;3)$. **B.** $N(1;-2)$. **C.** $P(3;1)$. **D.** $Q(-3;8)$.

DẠNG 4. Xác định tọa độ điểm thuộc đường thẳng.

1. Phương pháp giải.

Để xác định tọa độ điểm thuộc đường thẳng ta dựa vào nhận xét sau:

- Điểm A thuộc đường thẳng $\Delta:\begin{cases} x=x_0+at \\ y=y_0+bt \end{cases}, t\in R$ (hoặc $\Delta:\dfrac{x-x_0}{a}=\dfrac{y-y_0}{b}$) có dạng $A\left(x_0+at;\, y_0+bt\right)$
- Điểm A thuộc đường thẳng $\Delta: ax+by+c=0$ (ĐK: $a^2+b^2\neq 0$) có dạng $A\left(t;\dfrac{-at-c}{b}\right)$ với $b\neq 0$ hoặc $A\left(\dfrac{-bt-c}{a};t\right)$ với $a\neq 0$

1. CÁC VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1: Cho đường thẳng $\Delta: 3x-4y-12=0$

a) Tìm tọa độ điểm A thuộc Δ và cách gốc tọa độ một khoảng bằng bốn

b) Tìm điểm B thuộc Δ và cách đều hai điểm $E(5;0)$, $F(3;-2)$

c) Tìm tọa độ hình chiếu của điểm $M(1;2)$ lên đường thẳng Δ

Ví dụ 2: Cho hai đường thẳng $\Delta: x-2y+6=0$ và $\Delta':\begin{cases} x=-1-t \\ y=t \end{cases}$.

a) Xác định tọa độ điểm đối xứng với điểm $A(-1;0)$ qua đường thẳng Δ

b) Viết phương trình đường thẳng đối xứng với Δ' qua Δ

Ví dụ 3: Cho tam giác ABC vuông ở A. Biết $A(-1;4)$, $B(1;-4)$, đường thẳng BC đi qua điểm $K\left(\dfrac{7}{3};2\right)$. Tìm toạ độ đỉnh C.

Ví dụ 4: Cho hình bình hành $ABCD$. Biết $I\left(\frac{7}{2};\frac{5}{2}\right)$ là trung điểm của cạnh CD, $D\left(3;\frac{3}{2}\right)$ và đường phân giác góc $\widehat{BAC}$ có phương trình là $\Delta: x-y+1=0$. Xác định tọa độ đỉnh B.

Ví dụ 5: Cho đường thẳng $d: x-2y-2=0$ và 2 điểm $A(0;1)$ và $B(3;4)$. Tìm tọa độ điểm M trên d sao cho $\left|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}\right|$ là nhỏ nhất.

1I. BÀI TẬP TỰ LUẬN TỰ LUYỆN

Bài 24: Cho tam giác ABC có trọng tâm $G(-2;0)$, phương trình các cạnh AB: $4x+y+14=0$, AC: $2x+5y-2=0$. Tìm toạ độ các đỉnh A, B, C.

Bài 25: Cho hai đường thẳng $d_1: x-y=0$ và $d_2: 2x+y-1=0$. Tìm toạ độ các đỉnh hình vuông $ABCD$ biết rằng đỉnh A thuộc d_1, đỉnh C thuộc d_2 và các đỉnh B, D thuộc trục hoành.

Bài 26: Cho tam giác ABC có đỉnh $A(2;1)$, đường cao qua đỉnh B có phương trình $x-3y-7=0$ và đường trung tuyến qua đỉnh C có phương trình $x+y+1=0$. Xác định toạ độ các đỉnh B và C của tam giác.

Bài 27: Cho điểm $A(2;2)$ và các đường thẳng: $d_1: x+y-2=0$, $d_2: x+y-8=0$. Tìm toạ độ các điểm B và C lần lượt thuộc d_1 và d_2 sao cho tam giác ABC vuông cân tại A.

Bài 28: Tam giác ABC biết $A(2;-1)$ và phương trình hai đường phân giác trong của góc B và góc C lần lượt là $\Delta: x-2y+1=0$, $\Delta': 2x-3y+6=0$. Xác định tọa độ B, C.

Bài 29: Cho điểm $A(2;1)$. Trên trục Ox, lấy điểm B có hoành độ $x_B \geq 0$, trên trục Oy, lấy điểm C có tung độ $y_C \geq 0$ sao cho tam giác ABC vuông tại A. Tìm các điểm B, C sao cho diện tích tam giác ABC lớn nhất.

Bài 30: Cho tam giác ABC cân tại B, với $A(1;-1)$, $C(3;5)$. Điểm B nằm trên đường thẳng $d: 2x-y=0$. Viết phương trình các đường thẳng AB, BC.

Bài 31: Cho đường thẳng $\Delta: x-2y+3=0$ và hai điểm $A(2;5)$ và $B(-4;5)$. Tìm tọa độ điểm M trên Δ sao cho

a) $2MA^2+MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất

b) $MA+MB$ đạt giá trị nhỏ nhất

c) $\left|MA-MB\right|$ đạt giá trị lớn nhất

Bài 32: Viết phương trình cạnh BC của tam giác ABC biết $A\left(1;1\right)$ và phương trình các đường phân giác trong góc B, C lần lượt là $2x - y + 2 = 0$ và $x - 3y + 3 = 0$.

Bài 33: Viết phương trình đường thẳng Δ' đối xứng với đường thẳng Δ qua điểm I biết

a) $I(-3;1);\ \Delta: 2x + y - 3 = 0$ b) $I(-1;3);\ \Delta: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = -1 - 2t \end{cases}$

Bài 34: Cho hình vuông tâm $I\left(2;3\right)$ và $AB: x - 2y - 1 = 0$. Viết phương trình các cạnh còn lại và các đường chéo .

Bài 35: Cho tam giác ABC vuông tại A biết phương trình cạnh BC là: $\sqrt{3}x - y - \sqrt{3} = 0$; điểm A, B thuộc trục hoành. Xác định toạ độ trọng tâm G của tam giác ABC biết bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC bằng 2

Bài 36: Cho tam giác ABC có $C(-2,0)$, đường phân giác trong góc A có phương trình là $5x + y - 3 = 0$ và thỏa mãn $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{OM}$ với $M\left(2;3\right)$. Tìm tọa độ điểm A, B

Bài 37: Cho tam giác ABC cân tại A có đỉnh A(6; 6); đường thẳng đi qua trung điểm của các cạnh AB và AC có phương trình $x + y - 4 = 0$. Tìm toạ độ các đỉnh B và C, biết điểm $E\left(-1;3\right)$ nằm trên đường cao đi qua đỉnh C của tam giác đã cho.

Bài 38: Cho hình thoi $ABCD$ có $A(1,-2); B(-3,3)$ và giao điểm của hai đường chéo nằm trên đường thẳng $d: x - y + 2 = 0.$ Tìm toạ độ C và D.

Bài 39: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có phương trình đường thẳng $AB: x - y + 1 = 0$ và phương trình đường thẳng $BD: 2x + y - 1 = 0$; đường thẳng AC đi qua $M\left(-1;1\right)$. Tìm toạ độ các đỉnh của hình chữ nhật $ABCD$.

Bài 40: Cho tam giác ABC có diện tích $S = \dfrac{3}{2}$, tọa độ các đỉnh $A\left(2;-3\right)$, $B\left(3;-2\right)$ và trọng tâm G của tam giác nằm trên đường thẳng có phương trình $3x - y - 8 = 0$. Tìm tọa độ đỉnh C

Bài 41: Cho điểm $M(1;1)$ và hai đường thẳng $d_1: 3x - y - 5 = 0,\ d_2: x + y - 4 = 0.$

Viết phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua M và cắt d_1, d_2 lần lượt tại A, B sao cho $2MA - 3MB = 0.$

Bài 42. Viết phương trình các cạnh của tam giác ABC nếu biết đỉnh $C\left(-4;1\right)$; phương trình các đường trung tuyến AA', đường phân giác BB' của tam giác đó lần lượt là $2x - y + 3 = 0,\ x + y - 6 = 0$

Bài 43. Cho tam giác ABC có $A\left(4;-1\right)$ và phương trình hai đường trung tuyến $BB': 8x-y-3=0, CC': 14x-13y-9=0$. Tính tọa độ B, C

Bài 44: Cho tam giác ABC; phương trình các đường thẳng chứa đường cao và đường trung tuyến kẻ từ đỉnh *A* lần lượt là $x-2y-13=0$ và $13x-6y-9=0$. Tìm tọa độ các đỉnh *B* và *C* biết tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $I(-5;1)$.

Bài 45. Viết phương trình các cạnh của tam giác ABC nếu biết đỉnh $A\left(5;3\right)$, trực tâm $H\left(3;2\right)$ và trung điểm cạnh BC là $M\left(\frac{1}{2};2\right)$.

Bài 46: Xác định tọa độ các đỉnh của tam giác ABC biết $M\left(1;4\right)$, $N\left(-1;3\right)$ là trung điểm của BC, CA và $H\left(\frac{1}{3};-\frac{5}{3}\right)$ là trực tâm tam giác ABC.

✍ DẠNG 1: Viết phương trình tổng quát của đường thẳng.

1. Phương pháp giải:

- Để viết phương trình tổng quát của đường thẳng Δ ta cần xác định

- Điểm $A(x_0;y_0) \in \Delta$

- Một vectơ pháp tuyến $\vec{n}\left(a;b\right)$ của Δ

Khi đó phương trình tổng quát của Δ là $a\left(x-x_0\right)+b\left(y-y_0\right)=0$

Chú ý:

- Đường thẳng Δ có phương trình tổng quát là $ax+by+c=0,\ a^2+b^2\neq 0$ nhận $\vec{n}\left(a;b\right)$ làm vectơ pháp tuyến.
- Nếu hai đường thẳng song song với nhau thì VTPT đường thẳng này cũng là VTPT của đường thẳng kia.
- Phương trình đường thẳng Δ qua điểm $M\left(x_0;y_0\right)$ có dạng

$\Delta: a\left(x-x_0\right)+b\left(y-y_0\right)=0$ với $a^2+b^2\neq 0$

hoặc ta chia làm hai trường hợp

+ $x=x_0$: nếu đường thẳng song song với trục Oy

+ $y-y_0=k\left(x-x_0\right)$: nếu đường thẳng cắt trục Oy

- Phương trình đường thẳng đi qua $A\left(a;0\right),B\left(0;b\right)$ với $ab\neq 0$ có dạng $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$

Ví dụ 1: Cho tam giác ABC biết $A\left(2;0\right)$, $B\left(0;4\right)$, $C(1;3)$. Viết phương trình tổng quát của

a) Đường cao AH

b) Đường trung trực của đoạn thẳng BC.

c) Đường thẳng AB.

d) Đường thẳng qua C và song song với đường thẳng AB.

Lời giải

a) Vì $AH\perp BC$ nên $\overrightarrow{BC}$ là vectơ pháp tuyến của AH

Ta có $\overrightarrow{BC}\left(1;-1\right)$ suy ra đường cao AH đi qua A và nhận $\overrightarrow{BC}$ là vectơ pháp tuyến có phương trình tổng quát là $1.\left(x-2\right)-1.\left(y-0\right)=0$ hay $x-y-2=0$.

b) Đường trung trực của đoạn thẳng BC đi qua trung điểm BC và nhận vectơ $\overrightarrow{BC}$ làm vectơ pháp tuyến.

Gọi I là trung điểm BC khi đó $x_I=\frac{x_B+x_C}{2}=\frac{1}{2},\ y_I=\frac{y_B+y_C}{2}=\frac{7}{2}\Rightarrow I\left(\frac{1}{2};\frac{7}{2}\right)$

Suy ra phương trình tổng quát của đường trung trực BC là $1.\left(x-\frac{1}{2}\right)-1.\left(y-\frac{7}{2}\right)=0$ hay $x-y+3=0$

c) Phương trình tổng quát của đường thẳng AB có dạng $\frac{x}{2}+\frac{y}{4}=1$ hay $2x+y-4=0$.

d) Cách 1: Đường thẳng AB có VTPT là $\vec{n}(2;1)$ do đó vì đường thẳng cần tìm song song với đường thẳng AB nên nhận $\vec{n}(2;1)$ làm VTPT do đó có phương trình tổng quát là $2.(x-1)+1.(y-3)=0$ hay $2x+y-5=0$.

Cách 2: Đường thẳng Δ song song với đường thẳng AB có dạng $2x+y+c=0$.

Điểm C thuộc Δ suy ra $2.1+3+c=0 \Rightarrow c=-5$.

Vậy đường thẳng cần tìm có phương trình tổng quát là $2x+y-5=0$.

Ví dụ 2: Cho đường thẳng $d: x-2y+3=0$ và điểm $M(-1;2)$. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng Δ biết:

a) Δ đi qua điểm M và có hệ số góc $k=3$

b) Δ đi qua M và vuông góc với đường thẳng d

c) Δ đối xứng với đường thẳng d qua M

Lời giải:

a) Đường thẳng Δ có hệ số góc $k=3$ có phương trình dạng $y=3x+m$. Mặt khác $M\in\Delta \Rightarrow 2=3.(-1)+m \Rightarrow m=5$

Suy ra phương trình tổng quát đường thẳng Δ là $y=3x+5$ hay $3x-y+5=0$.

b) Ta có $x-2y+3=0 \Leftrightarrow y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$ do đó hệ số góc của đường thẳng d là $k_d=\frac{1}{2}$.

Vì $\Delta\perp d$ nên hệ số góc của Δ là k_Δ thì $k_d.k_\Delta=-1 \Rightarrow k_\Delta=-2$

Do đó $\Delta: y=-2x+m$, $M\in\Delta \Rightarrow 2=-2.(-1)+m \Rightarrow m=-2$

Suy ra phương trình tổng quát đường thẳng Δ là $y=-2x-2$ hay $2x+y+2=0$.

c) Cách 1: Ta có $-1-2.2+3\neq 0$ do đó $M\notin d$ vì vậy đường thẳng Δ đối xứng với đường thẳng d qua M sẽ song song với đường thẳng d suy ra đường thẳng Δ có VTPT là $\vec{n}(1;-2)$.

Ta có $A(1;2)\in d$, gọi A' đối xứng với A qua M khi đó $A'\in\Delta$

Ta có M là trung điểm của AA'.

$$\Rightarrow \begin{cases} x_M = \dfrac{x_A + x_{A'}}{2} \\ y_M = \dfrac{y_A + y_{A'}}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_{A'} = 2x_M - x_A = 2.(-1) - 1 = -3 \\ y_{A'} = 2y_M - y_A = 2.2 - 2 = 2 \end{cases} \Rightarrow A'(-3;2)$$

Vậy phương trình tổng quát đường thẳng Δ là $1.(x+3) - 2(y-2) = 0$ hay $x - 2y + 7 = 0$.

Cách 2: Gọi $A(x_0;y_0)$ là điểm bất kỳ thuộc đường thẳng d, $A'(x;y)$ là điểm đối xứng với A qua M.

Khi đó M là trung điểm của AA' suy ra $\begin{cases} x_M = \dfrac{x_0 + x}{2} \\ y_M = \dfrac{y_0 + y}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 = \dfrac{x_0 + x}{2} \\ 2 = \dfrac{y_0 + y}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -2 - x \\ y_0 = 4 - y \end{cases}$

Ta có $A \in d \Rightarrow x_0 - 2y_0 + 3 = 0$ suy ra $(-2 - x) - 2.(4 - y) + 3 = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 7 = 0$

Vậy phương trình tổng quát của Δ đối xứng với đường thẳng d qua M là $x - 2y + 7 = 0$.

Ví dụ 3: Biết hai cạnh của một hình bình hành có phương trình $x - y = 0$ và $x + 3y - 8 = 0$, tọa độ một đỉnh của hình bình hành là $(-2;2)$. Viết phương trình các cạnh còn lại của hình bình hành.

Lời giải

Đặt tên hình bình hành là $ABCD$ với $A(-2;2)$, do tọa độ điểm A không là nghiệm của hai phương trình đường thẳng trên nên ta giả sử $BC : x - y = 0$, $CD : x + 3y - 8 = 0$

Vì $AB // CD$ nên cạnh AB nhận $\overrightarrow{n_{CD}}(1;3)$ làm VTPT do đó có phương trình là $1.(x+2) + 3.(y-2) = 0$ hay $x + 3y - 4 = 0$

Tương tự cạnh AD nhận $\overrightarrow{n_{BC}}(1;-1)$ làm VTPT do đó có phương trình là $1.(x+2) - 1.(y-2) = 0$ hay $x - y + 4 = 0$

Ví dụ 4: Cho điểm $M(1;4)$. Viết phương trình đường thẳng qua M lần lượt cắt hai tia Ox, tia Oy tại A và B sao cho tam giác OAB có diện tích nhỏ nhất .

Lời giải:

Giả sử $A(a;0)$, $B(0;b)$ với $a > 0, b > 0$. Khi đó đường thẳng đi qua A, B có dạng $\dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b} = 1$. Do

$M \in AB$ nên $\dfrac{1}{a} + \dfrac{4}{b} = 1$

Mặt khác $S_{OAB} = \dfrac{1}{2}OA.OB = \dfrac{1}{2}ab$.

Áp dụng BĐT Côsi ta có $1=\frac{1}{a}+\frac{4}{b}\ge 2\sqrt{\frac{4}{ab}}\Rightarrow ab\ge 16\Rightarrow S_{OAB}\ge 8$

Suy ra S_{OAB} nhỏ nhất khi $\frac{1}{a}=\frac{4}{b}$ và $\frac{1}{a}+\frac{4}{b}=1$ do đó $a=2;b=8$

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là $\frac{x}{2}+\frac{y}{8}=1$ hay $4x+y-8=0$

3. Bài tập luyện tập.

Bài 1: Cho điểm $A\left(1;-3\right)$. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng Δ đi qua A và

a) Vuông góc với trục tung

b) song song với đường thẳng $d:x+2y+3=0$

lỜI GIẢI

a) $\Delta\perp Oy\Rightarrow\Delta$ nhận $\vec{j}\left(0;1\right)$ làm VTPT do đó phương trình tổng quát của đường thẳng Δ là $0.\left(x-1\right)+1.(y+3)=0$ hay $y+3=0$.

b) $\Delta//d\Rightarrow\Delta$ nhận $\vec{n}\left(1;2\right)$ làm VTPT do đó phương trình tổng quát của đường thẳng Δ là $1.\left(x-1\right)+2.(y+3)=0$ hay $x+2y+5=0$.

Bài 2: Cho tam giác ABC biết $A\left(2;1\right)$, $B\left(-1;0\right)$, $C(0;3)$.

a) Viết phương trình tổng quát của đường cao AH

b) Viết phương trình tổng quát đường trung trực của đoạn thẳng AB.

c) Viết phương trình tổng quát đường thẳng BC.

d) Viết phương trình tổng quát đường thẳng qua A và song song với đường thẳng BC.

Lời giải

a) Ta có đường cao AH đi qua A và nhận $\overrightarrow{BC}\left(1;3\right)$ là VTPT nên có phương trình tổng quát là $1.\left(x-2\right)+3.\left(y-1\right)=0$ hay $x+3y-5=0$.

b) Gọi I là trung điểm AB khi đó $x_I=\frac{x_B+x_C}{2}=\frac{1}{2}$, $y_I=\frac{y_B+y_C}{2}=\frac{1}{2}\Rightarrow I\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$

Đường trung trực đoạn thẳng AB đi qua I và nhân $\overrightarrow{AB}\left(-3;-1\right)$ làm VTPT nên có phương trình tổng quát là

$-3.\left(x-\frac{1}{2}\right)-1.\left(y-\frac{1}{2}\right)=0$ hay $3x+y+2=0$

c) Phương trình tổng quát của đường thẳng BC có dạng $\frac{x}{-1}+\frac{y}{3}=1$ hay $3x-y+3=0$.

d) Đường thẳng BC có VTPT là $\vec{n}\left(3;-1\right)$ do đó vì đường thẳng cần tìm song song với đường thẳng AB nên nhận $\vec{n}\left(3;-1\right)$ làm VTPT do đó có phương trình tổng quát là $3.\left(x-2\right)-1.\left(y-1\right)=0$ hay $3x-y-5=0$.

Bài 3: Viết phương trình tổng quátcủa đường thẳng Δ trong mỗi trường hợp sau:

a) Δ đi qua điểm $M\left(2;5\right)$ và song song với đường thẳng $d: 4x-7y+3=0$

b) Δ đi qua $P\left(2;-5\right)$ và có hệ số góc $k=11$.

Lời giải

a) Vì $\Delta//d$ nên VTPT của d cũng là VTPT của Δ nên đường thẳng Δ nhận $\vec{n}\left(4;-7\right)$ làm VTPT và $\vec{u}\left(7;4\right)$ làm VTCP do đó phương trình tổng quát là $4\left(x-2\right)-7\left(y-5\right)=0$ hay $4x-7y-27=0$;

b) Đường thẳng Δ có hệ số góc $k=11$ nên có dạng $y=11x+m$. Mặt khác $P\in\Delta$ nên $-5=11.2+m\Leftrightarrow m=-27$

Vậy phương trình tổng quát của Δ là $11x-y-27=0$

Bài 4: Cho $M\left(8;6\right)$. Viết phương trình đường thẳng qua M cắt chiều dương hai trục toạ độ tại A, B sao cho $OA+OB$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Lời giải

Gọi $A\left(a;0\right),\ B\left(0;b\right)\left(a,b>0\right)$. Vậy đường thẳng cần tìm có dạng : $\Delta:\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$. Vì $M\in\Delta\Rightarrow\frac{8}{a}+\frac{6}{b}=1\Rightarrow b=\frac{6a}{a-8}$

Ta có: $OA+OB=a+b=a+\frac{6a}{a-8}=a-8+\frac{48}{a-8}+14\geq 8\sqrt{3}+14$

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow a=8+4\sqrt{3},\ b=6+4\sqrt{3}$

Suy ra $\Delta:\frac{x}{8+4\sqrt{3}}+\frac{y}{6+4\sqrt{3}}=1$

DẠNG 2: Viết phương trình tham số và chính tắc của đường thẳng.

Ví dụ 1: Cho điểm $A\left(1;-3\right)$ và $B\left(-2;3\right)$. Viết phương trình tham số của đường thẳng Δ trong mỗi trường hợp sau:

a) Δ đi qua A và nhận vectơ $\vec{n}(1;2)$ làm vectơ pháp tuyến

b) Δ đi qua gốc tọa độ và song song với đường thẳng AB

c) Δ là đường trung trực của đoạn thẳng AB

Lời giải:

a) Vì Δ nhận vectơ $\vec{n}(1;2)$ làm vectơ pháp tuyến nên VTCP của Δ là $\vec{u}(-2;1)$.

Vậy phương trình tham số của đường thẳng Δ là $\Delta:\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -3 + t \end{cases}$

b) Ta có $\overrightarrow{AB}(-3;6)$ mà Δ song song với đường thẳng AB nên nhận $\vec{u}(-1;2)$ làm VTCP

Vậy phương trình tham số của đường thẳng Δ là $\Delta:\begin{cases} x = -t \\ y = 2t \end{cases}$

c) Vì Δ là đường trung trực của đoạn thẳng AB nên nhận $\overrightarrow{AB}(-3;6)$ làm VTPT và đi qua trung điểm I của đoạn thẳng AB.

Ta có $I\left(-\frac{1}{2};0\right)$ và Δ nhận $\vec{u}(-1;2)$ làm VTCP nên phương trình tham số của đường thẳng Δ là

$\Delta:\begin{cases} x = -\frac{1}{2} - t \\ y = 2t \end{cases}$.

Ví dụ 2: Viết phương trình tổng quát, tham số, chính tắc (nếu có) của đường thẳng Δ trong mỗi trường hợp sau:

a) Δ đi qua điểm $A(3;0)$ và $B(1;3)$

b) Δ đi qua $N(3;4)$ và vuông góc với đường thẳng $d':\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 4 + 5t \end{cases}$.

Lời giải:

a) Đường thẳng Δ đi qua hai điểm A và B nên nhận $\overrightarrow{AB} = (-2;3)$ làm vectơ chỉ phương do đó

phương trình tham số là $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 3t \end{cases}$; phương trình chính tắc là $\frac{x-3}{-2} = \frac{y}{3}$; phương trình tổng quát là

$3(x-3) = -2y$ hay $3x + 2y - 9 = 0$

b) $\Delta \perp d'$ nên VTCP của d' cũng là VTPT của Δ nên đường thẳng Δ nhận $\vec{u}\left(-3;5\right)$ làm VTPT và $\vec{v}\left(-5;-3\right)$ làm VTCP do đó đó phương trình tổng quát là $-3\left(x-3\right)+5\left(y-4\right)=0$ hay $3x-5y+11=0$; phương trình tham số là $\begin{cases} x=3-5t \\ y=4-3t \end{cases}$; phương trình chính tắc là $\dfrac{x-3}{-5}=\dfrac{y-4}{-3}$

Ví dụ 3: Cho tam giác ABC có $A\left(-2;1\right)$, $B\left(2;3\right)$ và $C\left(1;-5\right)$.

a) Viết phương trình đường thẳng chứa cạnh BC của tam giác.

b) Viết phương trình đường thẳng chứa đường trung tuyến AM.

c) Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm D, G với D là chân đường phân giác trong góc A và G là trọng tâm của ΔABC.

Lời giải:

a) Ta có $\overrightarrow{BC}\left(-1;-8\right)$ suy ra đường thẳng chứa cạnh BC có phương trình là $\begin{cases} x=2-t \\ y=3-8t \end{cases}$

b) M là trung điểm của BC nên $M\left(\dfrac{3}{2};-1\right)$ do đó đường thẳng chứa đường trung tuyến AM nhận $\overrightarrow{AM}\left(\dfrac{7}{2};-2\right)$ làm VTCP nên có phương trình là $\begin{cases} x=-2+\dfrac{7}{2}t \\ y=1-2t \end{cases}$

c) Gọi $D(x_D;y_D)$ là chân đường phân giác hạ từ A của tam giác ABC

Ta có $\overrightarrow{BD}=\dfrac{AB}{AC}\overrightarrow{DC}$

Mà $AB=\sqrt{\left(-2-2\right)^2+\left(3-1\right)^2}=2\sqrt{5}$ và

$AC=\sqrt{\left(1+2\right)^2+\left(-5-1\right)^2}=3\sqrt{5}$ suy ra

$\overrightarrow{BD}=\dfrac{AB}{AC}\overrightarrow{DC}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{DC}\Leftrightarrow \begin{cases} x_D-2=\dfrac{2}{3}(1-x_D) \\ y_D-3=\dfrac{2}{3}(-5-y_D) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D=\dfrac{8}{5} \\ y_D=\dfrac{-1}{5} \end{cases} \Rightarrow D(\dfrac{8}{5};-\dfrac{1}{5})$ $G\left(\dfrac{1}{3};-\dfrac{1}{3}\right)$ là trọng tâm của tam giác ABC

Ta có $\overrightarrow{DG}\left(-\frac{19}{15};-\frac{2}{15}\right)$ suy ra đường thẳng DG nhận $\vec{u}\left(19;2\right)$ làm VTCP nên có phương trình là

$$\begin{cases} x=\frac{1}{3}+19t \\ y=-\frac{1}{3}+2t \end{cases}.$$

Ví dụ 4: Cho tam giác ABC biết $AB: x+y-1=0$, $AC: x-y+3=0$ và trọng tâm $G\left(1;2\right)$. Viết phương trình đường thẳng chứa cạnh BC.

Lời giải:

Ta có tọa độ điểm A là nghiệm của hệ $\begin{cases} x+y-1=0 \\ x-y+3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases} \Rightarrow A\left(-1;2\right)$

Gọi $M\left(x;y\right)$ là trung điểm của BC

Vì G là trọng tâm nên $\overrightarrow{AG}=2.\overrightarrow{GM}$, $\overrightarrow{AG}\left(2;0\right)$, $\overrightarrow{GM}\left(x-1;y-2\right)$ suy ra $\begin{cases} 2=2.(x-1) \\ 0=2.(y-2) \end{cases} \Rightarrow M\left(2;2\right)$

$B\left(x_B;y_B\right)\in AB \Rightarrow x_B+y_B-1=0 \Rightarrow y_B=1-x_B$ do đó $B\left(x_B;1-x_B\right)$

$C\left(x_C;y_C\right)\in AC \Rightarrow x_C-y_C+3=0 \Rightarrow y_C=x_C+3$ do đó $C\left(x_C;x_C+3\right)$

Mà M là trung điểm của BC nên ta có $\begin{cases} x_M=\frac{x_B+x_C}{2} \\ y_M=\frac{y_B+y_C}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B+x_C=4 \\ x_C-x_B=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_B=2 \\ x_C=2 \end{cases}$

Vậy $B\left(2;-1\right)$, $C\left(2;5\right) \Rightarrow \overrightarrow{BC}\left(0;6\right)$ suy ra phương trình đường thẳng BC là $\begin{cases} x=2 \\ y=-1+6t \end{cases}$.

3. Bài tập luyện tập.

Bài 5. Cho điểm $A\left(2;-2\right)$ và $B\left(0;1\right)$. Viết phương trình tham số của đường thẳng Δ trong mỗi trường hợp sau:

a) Δ đi qua A và nhận vectơ $\vec{u}\left(1;2\right)$ làm vectơ chỉ phương

b) Δ đi qua A và nhận vectơ $\vec{n}\left(4;2\right)$ làm vectơ pháp tuyến

c) Δ đi qua $C\left(1;1\right)$ và song song với đường thẳng AB

d) Δ là đường trung trực của đoạn thẳng AB

Lời giải:

a) Phương trình tham số của đường thẳng Δ là $\Delta:\begin{cases}x=2+t\\y=-2+2t\end{cases}$

b) Vì Δ nhận vectơ $\vec{n}\left(4;2\right)$ làm vectơ pháp tuyến nên VTCP của Δ là $\vec{u}\left(-1;2\right)$.

Vậy phương trình tham số của đường thẳng Δ là $\Delta:\begin{cases}x=2-t\\y=-2+2t\end{cases}$

c) Ta có $\overrightarrow{AB}\left(-2;3\right)$ mà Δ song song với đường thẳng AB nên nhận $\vec{u}\left(-2;3\right)$ làm VTCP

Vậy phương trình tham số của đường thẳng Δ là $\Delta:\begin{cases}x=1-2t\\y=1+3t\end{cases}$

d) Vì Δ là đường trung trực của đoạn thẳng AB nên nhận $\overrightarrow{AB}\left(-2;3\right)$ làm VTPT và đi qua trung điểm I của đoạn thẳng AB.

Ta có $I\left(1;\frac{1}{2}\right)$ và Δ nhận $\vec{u}\left(3;2\right)$ làm VTCP nên phương trình tham số của đường thẳng Δ là

$\Delta:\begin{cases}x=1+3t\\y=\frac{1}{2}+2t\end{cases}.$

Bài 6: Viết phương trình tổng quát, tham số, chính tắc (nếu có) của đường thẳng Δ trong mỗi trường hợp sau:

a) Δ đi qua điểm $A\left(3;0\right)$ và $B\left(-1;0\right)$

b) Δ đi qua $M\left(1;2\right)$ và vuông góc với đường thẳng $d: x-3y-1=0$.

c) Δ đi qua gốc tọa độ và song song với đường thẳng $\Delta':\begin{cases}x=1+3t\\y=2t\end{cases}$.

Lời giải

a) Đường thẳng Δ đi qua hai điểm A và B nên nhận $\overrightarrow{AB}=\left(-4;0\right)$ làm vectơ chỉ phương do đó

phương trình tham số là $\begin{cases}x=3-4t\\y=0\end{cases}$; phương trình chính tắckhông có ; phương trình tổng quát là $y=0$

b) $\Delta \perp d$ nên VTPT của d cũng là VTCP của Δ nên đường thẳng Δ nhận $\vec{u}(1;-3)$ làm VTCP nên phương trình tham số là $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \end{cases}$; phương trình chính tắc là $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3}$; phương trình tổng quát là $3x + y - 5 = 0$

c) $\Delta / /\Delta'$ nên VTCP của Δ' cũng là VTCP của Δ nên đường thẳng Δ nhận $\vec{u}(3;2)$ làm VTCP nên phương trình tham số là $\begin{cases} x = 3t \\ y = 2t \end{cases}$; phương trình chính tắc là $\frac{x}{3} = \frac{y}{2}$; phương trình tổng quát là $2x - y = 0$

Bài 7: Cho tam giác ABC có $A(2;-1)$, $B(-2;-3)$ và $C(-1;5)$.

a) Viết phương trình đường thẳng chứa cạnh của tam giác.

b) Viết phương trình đường thẳng chứa đường trung tuyến AM .

c) Viết phương trình đường thẳng đi qua trung điểm AB và trọng tâm của tam giác ABC

LỜi giải :

a) Ta có $\overrightarrow{AB}(-4;-2)$ suy ra đường thẳng chứa cạnh BC có phương trình là $\begin{cases} x = -2 - 4t \\ y = -3 - 2t \end{cases}$

$\overrightarrow{BC}(1;8)$ suy ra đường thẳng chứa cạnh BC có phương trình là $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = -3 + 8t \end{cases}$

$\overrightarrow{CA}(3;-6)$ suy ra đường thẳng chứa cạnh BC có phương trình là $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -1 - 6t \end{cases}$

b) M là trung điểm của BC nên $M\left(-\frac{3}{2};1\right)$ do đó đường thẳng chứa đường trung tuyến AM nhận $\overrightarrow{AM}\left(-\frac{7}{2};2\right)$ làm VTCP nên có phương trình là $\begin{cases} x = 2 - \frac{7}{2}t \\ y = -1 + 2t \end{cases}$

c) Trung điểm của AB là $I(0;-2)$, trong tâm của tam giác ABC là $G\left(-\frac{1}{3};\frac{1}{3}\right)$

Khi đó ta có $\overrightarrow{IG}\left(-\frac{1}{3};\frac{7}{3}\right)$ do đó $IG :\begin{cases} x = -t \\ y = -2 + 7t \end{cases}$

Bài 8. Cho tam giác ABC biết $A(1;4), B(3;-1)$ và $C(6;-2)$.

a) Viết phương trình đường thẳng chứa các cạnh AB.

b) Viết phương trình đường cao AH.

c) Viết phương trình đường trung tuyến của tam giác đó AM.

d) Viết phương trình đường trung trực cạnh BC.

e) Viết phương trình đường thẳng đi qua trọng tâm của tam giác và song song với trục hoành.

f) Viết phương trình đường thẳng đi qua trung điểm BC và vuông góc với trục tung.

g) Viết phương trình đường thẳng đi qua A và tạo với hai trục tọa độ một tam giác cân đỉnh là gốc tọa độ.

h) Đường thẳng qua C và chia tam giác thành hai phần , phần chứa điểm A có diện tích gấp đối phần chứa điểm B .

Lời giải:

a) $AB: 5x+2y-13=0$.

b) $AH: 3x-y+1=0$

c) Gọi M là trung điểm của BC nên $M=\left(\frac{9}{2};-\frac{3}{2}\right)$, $\overrightarrow{AM}=\left(7;-11\right) \Rightarrow \ AM: 11x+7y-39=0$.

d) $3x-y-12=0$.

e) Trọng tâm của tam giác $G=\left(\frac{10}{3};\frac{1}{3}\right)$ suy ra đường thẳng cần tìm là $y=\frac{1}{3}$.

f) Đường thẳng đi qua M và vuông góc với trục tung có dạng là: $y=-\frac{3}{2}$.

g) $x+y-5=0$.

h) Lấy $K\in AB$ sao cho $AK=2BK \to K=\left(\frac{7}{3};\frac{2}{3}\right)$. Khi đó

$\overrightarrow{CK}=\left(-11;8\right) \to CK: 8x+11y-26=0$.

Bài 9. Viết phương trình đường thẳng qua $M\left(3;2\right)$ và cắt tia Ox tại A, tia Oy tại B sao cho :

a) $OA+OB=12$

b) Diện tích tam giác OAB bằng 12

Lời giải

Gọi $A\left(a;0\right),\ B\left(0;b\right),\ a>0,\ b>0$. phương trình Δ cần tìm có dạng $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$. Mặt khác $OA=a, OB=b$

a) $\Delta_1: x+3y-9=0;\ \Delta_2: 2x+y-8=0$

b) $\Delta: 2x+3y-12=0$

Bài 10. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có phương trình của $AB: 2x-y+5=0$, đường thẳng AD qua gốc tọa độ O , và tâm hình chữ nhật là $I\left(4;5\right)$. Viết phương trình các cạnh còn lại của hình chữ nhật.

Lời giải:

$A\left(-2;1\right), C\left(10;9\right);\ CD: 2x-y-11=0,\ BC: x-2y-28=0$

Bài 11. Cho hình bình hành hai cạnh có phương trình $3x-y-2=0$ và $x+y-2=0$.

Viết phương trình hai cạnh còn lại biết tâm hình bình hành là $I\left(3;1\right)$.

Lời giải:

Gọi $AB: 3x-y-2=0,\ AD: x+y-2=0$. Khi đó $A\left(1;1\right)\Rightarrow C\left(5;1\right)$,
$CD: 3x-y-14=0,\ AD: x+y-6=0$

Bài 12. Cho tam giác ABC có trung điểm của AB là $I\left(1;3\right)$, trung điểm AC là $J\left(-3;1\right)$. Điểm A thuộc Oy và đường BC qua gốc tọa độ O . Tìm tọa độ điểm A , phương trình BC và đường cao vẽ từ B .

Lời giải:

$A\left(0;a\right)\Rightarrow B\left(2;6-a\right),\ C\left(-6;2-a\right)$. BC đi qua gốc tọa độ nên $\overrightarrow{OB}$ và $\overrightarrow{OC}$ cùng phương suy ra
$2\left(2-a\right)=\left(6-a\right)\left(-6\right)\Leftrightarrow a=5$

Bài 13. Cho tam giác ABC biết $M\left(2;1\right),\ N\left(5;3\right),\ P\left(3;-4\right)$ lần lượt là trung điểm của ba cạnh. Viết phương trình các cạnh của tam giác ABC.

Lời giải:

ĐS: $7x-2y-12=0,\ 5x+y-28=0,\ 2x-3y-18=0$.

Đáp án trắc nghiệm:

Câu 1. Trục *Ox*: $y=0$ có VTCP $\vec{i}\left(1;0\right)$ nên một đường thẳng song song với *Ox* cũng có VTCP là $\vec{i}\left(1;0\right)$. **Chọn A.**

Câu 2. Trục *Oy*: $x=0$ có VTCP $\vec{j}\left(0;1\right)$ nên một đường thẳng song song với *Oy* cũng có VTCP là $\vec{j}\left(0;1\right)$. **Chọn B.**

Câu 3. Đường thẳng đi qua hai điểm $A\left(-3;2\right)$ và $B\left(1;4\right)$ có VTCP là $\overrightarrow{AB}=\left(4;2\right)$ hoặc $\vec{u}\left(2;1\right)$. **Chọn B.**

Câu 4. $\overrightarrow{OM}=(a;b)\longrightarrow$ đường thẳng OM có VTCP: $\vec{u}=\overrightarrow{OM}=(a;b)$. **Chọn B.**

Câu 5. $\overrightarrow{AB}=(-a;b)\longrightarrow$ đường thẳng AB có VTCP:

$\overrightarrow{AB}=(-a;b)$ hoặc $\vec{u}=-\overrightarrow{AB}=(a;-b)$. **Chọn A.**

Câu 6. Đường phân giác góc phần tư (I): $x-y=0\longrightarrow$ VTPT: $\vec{n}(1;-1)$

$\longrightarrow$ VTCP: $\vec{u}(1;1)$. **Chọn A.**

Câu 7. Đường thẳng song song với Ox: $y+m=0\ (m\neq 0)\longrightarrow$ VTPT: $\vec{n}(0;1)$. **Chọn A.**

Câu 8. Đường thẳng song song với Oy: $x+m=0\ (m\neq 0)\longrightarrow$ VTPT: $\vec{n}(1;0)$. **Chọn D.**

Câu 9. $\overrightarrow{AB}=(2;-2)\longrightarrow$ đường thẳng AB có VTCP $\vec{u}(1;-1)\longrightarrow$ VTPT $\vec{n}(1;1)$. **Chọn C.**

Câu 10. $\overrightarrow{OA}=(a;b)\longrightarrow$ đường thẳng AB có VTCP $\vec{u}=\overrightarrow{AB}=(a;b)$

$\longrightarrow$ VTPT $\vec{n}(b;-a)$. **Chọn C.**

Câu 11. $\overrightarrow{AB}=(-a;b)\longrightarrow$ đường thẳng AB có VTCP $\vec{u}=(-a;b)\longrightarrow$ VTPT $\vec{n}=(b;a)$. **Chọn C.**

Câu 12. Góc phần tư (II): $x+y=0\longrightarrow$ VTPT $\vec{n}=(1;1)$. **Chọn A.**

Câu 13. Đường thẳng d có VTCP: $\vec{u}(2;-1)\longrightarrow$ VTPT $\vec{n}(1;2)$ hoặc $3\vec{n}=(3;6)$. **Chọn D.**

Câu 14. Đường thẳng d có VTPT: $\vec{n}(4;-2)\longrightarrow$ VTCP $\vec{u}(2;4)$ hoặc $\frac{1}{2}\vec{u}=(1;2)$. **Chọn C.**

Câu 15. $\begin{cases}\vec{u}_d=(3;-4)\\ \Delta\perp d\end{cases}\longrightarrow \vec{n}_\Delta=\vec{u}_d=(3;-4)$. **Chọn D.**

Câu 16. $\begin{cases}\vec{n}_d=(-2;-5)\\ \Delta\perp d\end{cases}\longrightarrow \vec{u}_\Delta=\vec{n}_d=(-2;-5)$ hay chọn $-\vec{n}_\Delta=(2;5)$. **Chọn C.**

Câu 17. $\begin{cases}\vec{u}_d=(3;-4)\\ \Delta\parallel d\end{cases}\longrightarrow \vec{u}_\Delta=\vec{u}_d=(3;-4)\longrightarrow \vec{n}_\Delta=(4;3)$. **Chọn A.**

Câu 18. $\begin{cases}\vec{n}_d=(-2;-5)\\ \Delta\parallel d\end{cases}\longrightarrow \vec{n}_\Delta=\vec{u}_d=(-2;-5)\longrightarrow \vec{u}_\Delta=(5;-2)$. **Chọn A.**

Câu 19. Chọn D.

Câu 20. $\begin{cases}M(1;-2)\in d\\ \vec{u}_d=(3;5)\end{cases}\longrightarrow$ PTTS $d:\begin{cases}x=1+3t\\ y=-2+5t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$. **Chọn B.**

Câu 21. $\begin{cases}O(0;0)\in d\\ \vec{u}_d=-\vec{u}=(1;-2)\end{cases}\longrightarrow$ PTTS $d:\begin{cases}x=t\\ y=-2t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$. **Chọn C.**

Câu 22. $\begin{cases} M(0;-2)\in d \\ \vec{u}_d=\vec{u}=(3;0) \end{cases} \longrightarrow$ PTTS $d:\begin{cases} x=3t \\ y=-2 \end{cases} (t\in\mathbb{R})$. **Chọn D.**

Câu 23. $d:\begin{cases} x=2 \\ y=-1+6t \end{cases} \longrightarrow$ VTCP $\vec{u}=(0;6)=6(0;1)$ hay chọn $\vec{u}=(0;1)$. **Chọn D.**

Câu 24. $\Delta:\begin{cases} x=5-\dfrac{1}{2}t \\ y=-3+3t \end{cases} \longrightarrow$ VTCP $\vec{u}=\left(-\dfrac{1}{2};3\right)=\dfrac{1}{2}(-1;6)$ hay chọn $\vec{u}(-1;6)$. **Chọn A.**

Câu 25. $\begin{cases} A(2;-1)\in AB \\ \vec{u}_{AB}=\overrightarrow{AB}=(0;6) \end{cases} \longrightarrow AB:\begin{cases} x=2 \\ y=-1+6t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$. **Chọn A.**

Câu 26. $\begin{cases} A(-1;3)\in AB \\ \vec{u}_{AB}=\overrightarrow{AB}=(4;-2)=-2(-2;1) \end{cases} \longrightarrow AB:\begin{cases} x=-1-2t \\ y=3+t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$. **Chọn D.**

Câu 27. $\begin{cases} A(1;1)\in AB \\ \vec{u}_{AB}=\overrightarrow{AB}=(1;1) \end{cases} \longrightarrow AB:\begin{cases} x=1+t \\ y=1+t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$

$\xrightarrow{t=-1} O(0;0)\in AB \longrightarrow AB:\begin{cases} x=t \\ y=t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$. **Chọn D.**

Câu 28. Ta có: $\begin{cases} A(3;-7)\in AB \\ \vec{u}_{AB}=\overrightarrow{AB}=(-2;0)=-2(1;0) \end{cases} \longrightarrow AB:\begin{cases} x=3+t \\ y=-7 \end{cases}$

$\xrightarrow{t=-3} M(0;-7)\in AB \longrightarrow AB:\begin{cases} x=t \\ y=-7 \end{cases}$. **Chọn A.**

Câu 29. Kiểm tra đường thẳng nào không chứa $O(0;0) \longrightarrow$ loại A. **Chọn A.**

Nếu cần thì có thể kiểm tra đường thẳng nào không chứa điểm $M(1;-3)$.

Câu 30. Gọi *d* là đường thẳng qua *B* và song song với *AC*. Ta có

$\begin{cases} B(0;3)\in d \\ \vec{u}_d=\overrightarrow{AC}=(-5;-1)=-1.(5;1) \end{cases} \longrightarrow d:\begin{cases} x=5t \\ y=3+t \end{cases} (t\in\mathbb{R}) \longrightarrow$ **Chọn A.**

Câu 31. Gọi *d* là đường thẳng qua *A* và song song với *PQ*.

Ta có: $\begin{cases} A(3;2)\in d \\ \vec{u}_d=\overrightarrow{PQ}=(-4;-2)=-2(2;1) \end{cases} \to d:\begin{cases} x=3+2t \\ y=2+t \end{cases}$

$\xrightarrow{t=-2} M(-1;0)\in d \to d:\begin{cases} x=-1+2t \\ y=t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$. **Chọn C.**

Câu 32. $\begin{cases} A(-2;1)\in AB,\ \vec{u}_{CD}=(4;3) \\ AB\parallel CD \to \vec{u}_{AB}=-\vec{u}_{CD}=(-4;-3) \end{cases} \longrightarrow AB:\begin{cases} x=-2-4t \\ y=1-3t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$. **Chọn B.**

Câu 33. Góc phần tư (I) : $x-y=0 \longrightarrow VTCP: \vec{u}(1;1)=\vec{u}_d \longrightarrow d:\begin{cases} x=-3+t \\ y=5+t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$.

Chọn B.

Câu 34. $\vec{u}_{Ox}=(1;0) \longrightarrow \vec{u}_d=(1;0) \longrightarrow d:\begin{cases} x=4+t \\ y=-7 \end{cases} \xrightarrow{t=-4} A(0;-7)\in d \to d:\begin{cases} x=t \\ y=-7 \end{cases}$.

Chọn D.

Câu 35. $\begin{cases} A(1;4) \\ B(3;2) \end{cases} \to M(2;3) \to \overrightarrow{MC}=(5;0)=5(1;0) \to CM:\begin{cases} x=7+t \\ y=3 \end{cases} (t\in\mathbb{R})$. **Chọn C.**

Câu 36. $\begin{cases} A(2;4) \\ C(2;1) \end{cases} \longrightarrow M\left(2;\frac{5}{2}\right) \to \overrightarrow{MB}=\left(3;-\frac{5}{2}\right)=\frac{1}{2}(6;-5) \longrightarrow MB:\begin{cases} x=5+6t \\ y=-5t \end{cases}$.

Ta có: $N(20;y_N)\in BM \longrightarrow \begin{cases} 20=5+6t \\ y_N=-5t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=\frac{5}{2} \\ y_N=-\frac{25}{2} \end{cases} \longrightarrow$ **Chọn B.**

Câu 37. Chọn D.

Câu 38. $d: x-2y+2017=0 \longrightarrow \vec{n}_d=(1;-2)$. **Chọn B.**

Câu 39. $d:-3x+y+2017=0 \longrightarrow \vec{n}_d=(-3;1)$ hay chọn $-2\vec{n}_d=(6;-2)$. **Chọn D.**

Câu 40. $d:\begin{cases} x=-1+2t \\ y=3-t \end{cases} \longrightarrow \vec{u}_d=(2;-1) \longrightarrow \vec{n}_d=(1;2)$. **Chọn D.**

Câu 41. $d: 2x-3y+2018=0 \longrightarrow \vec{n}_d=(2;-3) \longrightarrow \vec{u}_d=(3;2)$ hay chọn $-\vec{n}_d=(-3;-2)$.

Chọn A.

Câu 42. Gọi d là trung trực đoạn AB, ta có: $\begin{cases} \overrightarrow{AB}=(0;1) \\ d\perp AB \end{cases} \longrightarrow \vec{n}_d=\overrightarrow{AB}=(0;1)$. **Chọn B.**

Câu 43. $\Delta: x-3y-2=0 \longrightarrow \vec{n}_d=(1;-3) \longrightarrow \begin{cases} \vec{n}_1(1;-3)=\vec{n}_d \\ \vec{n}_2(-2;6)=-2\vec{n}_d \\ \vec{n}_3\left(\frac{1}{3};-1\right)=\frac{1}{3}\vec{n}_d \end{cases}$. **Chọn D.**

Câu 44. $\begin{cases} A(1;-2)\in d \\ \vec{n}_d=(-2;4) \end{cases} \longrightarrow d:-2(x-1)+4(y+2)=0$

$\Leftrightarrow d:-2x+4y+10=0 \Leftrightarrow d: x-2y-5=0$. **Chọn B.**

Câu 45. $\begin{cases} M(0;-2)\in d \\ \vec{u}_d=(3;0)=3(1;0) \to \vec{n}_d=(0;1) \end{cases} \longrightarrow d: y+2=0$. **Chọn B.**

Câu 46. $\begin{cases} A(-4;5)\in d \\ \vec{n}_d=(3;2)\to \vec{u}_d=(-2;3) \end{cases} \longrightarrow d:\begin{cases} x=-4-2t \\ y=5+3t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$. **Chọn A.**

Câu 47. Ta có: $d:\begin{cases} x=3-5t \\ y=1+4t \end{cases} \to \begin{cases} A(3;1)\in d \\ \vec{u}_d=(-5;4)\to \vec{n}_d=(4;5) \end{cases} \longrightarrow d:4(x-3)+5(y-1)=0$

$\Leftrightarrow d:4x+5y-17=0$. **Chọn C.**

Câu 48. $d:\begin{cases} x=15 \\ y=6+7t \end{cases} \to \begin{cases} A(15;6)\in d \\ \vec{u}_d=(0;7)=7(0;1)\to \vec{n}_d=(1;0) \end{cases} \longrightarrow d:x-15=0$. **Chọn A.**

Câu 49. $d:x-y+3=0\to \begin{cases} x=0\Rightarrow y=3 \\ \vec{n}_d=(1;-1) \end{cases} \to \begin{cases} A(0;3)\in d \\ \vec{u}_d=(1;1) \end{cases} \longrightarrow d:\begin{cases} x=t \\ y=3+t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$.

Chọn A.

Câu 50. $d:3x-2y+6=0\to \begin{cases} x=0\Rightarrow y=3 \\ \vec{n}_d=(3;-2) \end{cases}$

$\to \begin{cases} A(0;3)\in d \\ \vec{u}_d=(2;3)=2\left(1;\dfrac{3}{2}\right) \end{cases} \longrightarrow d:\begin{cases} x=t \\ y=3+\dfrac{3}{2}t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$. **Chọn B.**

Câu 51. $d:3x+5y+2018=0\to \begin{cases} \vec{n}_d=(3;5) \\ \vec{u}_d=(5;-3) \\ k_d=-\dfrac{3}{5} \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} \vec{n}=(3;5)=\vec{n}_d \\ \vec{u}=(5;-3)=\vec{u}_d \\ k=\dfrac{5}{3}\neq k_d \end{cases} \longrightarrow$ **Chọn C.**

$d:3x+5y+2018=0\to d\parallel \Delta:3x+5y=0 \longrightarrow$ D đúng.

Câu 52. $\begin{cases} M(1;2)\in d \\ d\parallel \Delta:2x+3y-12=0 \end{cases} \to \begin{cases} M(1;2)\in d \\ d:2x+3y+c=0\,(c\neq -12) \end{cases}$

$\to 2.1+3.2+c=0\Leftrightarrow c=-8$. Vậy $d:2x+3y-8=0$. **Chọn A.**

Câu 53. $\begin{cases} O(0;0)\in d \\ d\parallel \Delta:6x-4x+1=0 \end{cases} \to \begin{cases} O(0;0)\in d \\ d:6x-4x+c=0\ (c\neq 1) \end{cases} \longrightarrow 6.0-4.0+c=0\Leftrightarrow c=0$. Vậy $d:6x-4y=0\Leftrightarrow d:3x-2y=0$. **Chọn A.**

Câu 54. $\begin{cases} M(-1;2)\in d \\ d\perp \Delta:2x+y-3=0 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} M(-1;2)\in d \\ d:x-2y+c=0 \end{cases} \longrightarrow -1-2.2+c=0\Leftrightarrow c=5$.

Vậy $d:x-2y+5=0$. **Chọn D.**

Câu 55. Ta có: $\begin{cases} A(4;-3)\in d \\ \vec{u}_d=(-2;3) \\ \Delta \parallel d \end{cases} \to \begin{cases} A(4;-3)\in d \\ \vec{u}_\Delta=(-2;3)\to \vec{n}_\Delta=(3;2) \end{cases}$

$\to \Delta: 3(x-4)+2(y+3)=0 \Leftrightarrow \Delta: 3x+2y-6=0.$ **Chọn C.**

Câu 56. $\begin{cases} B(0;3)\in d \\ \vec{u}_{AC}=\overrightarrow{AC}=(-5;1) \\ d \parallel AC \end{cases} \to \begin{cases} B(0;3)\in d \\ \vec{n}_d=(1;5) \end{cases}$

$\to d: 1(x-0)+5(y-3)=0 \Leftrightarrow d: x+5y-15=0.$ **Chọn C**

Câu 57. $\begin{cases} M(-1;0)\in d \\ \vec{u}_\Delta=(1;-2) \\ d\perp \Delta \end{cases} \to \begin{cases} M(-1;0)\in d \\ \vec{n}_d=(1;-2) \end{cases} \to d: 1(x+1)-2(y-0)=0 \Leftrightarrow d: x-2y+1=0.$

Chọn C.

Câu 58. $\begin{cases} M(-2;1)\in d \\ \vec{u}_\Delta=(-3;5) \\ d\perp \Delta \end{cases} \to \begin{cases} M(-2;1)\in d \\ \vec{n}_d=(-3;5)\to \vec{u}_d=(5;3) \end{cases} \to d: \begin{cases} x=-2+5t \\ y=1+3t \end{cases} (t\in\mathbb{R}).$ **Chọn B.**

Câu 59. $\begin{cases} A(-1;2)\in d \\ \vec{n}_\Delta=(3;-13) \\ d\parallel \Delta \end{cases} \to \begin{cases} A(-1;2)\in d \\ \vec{n}_d=(3;-13)\to \vec{u}_d=(13;3) \end{cases} \to d: \begin{cases} x=-1+13t \\ y=2+3t \end{cases} (t\in\mathbb{R}).$ **Chọn A.**

Câu 60. $\begin{cases} A(-1;2)\in d \\ \vec{n}_\Delta=(2;-1) \\ d\perp \Delta \end{cases} \to \begin{cases} A(-1;2)\in d \\ \vec{u}_d=(2;-1) \end{cases} \to d: \begin{cases} x=-1+2t \\ y=2-t \end{cases} (t\in\mathbb{R}).$ **Chọn A.**

Câu 61. $\begin{cases} M(-2;-5)\in d \\ \text{(I)}: x-y=0\ (\Delta) \\ d\parallel \Delta \end{cases} \to \begin{cases} M(-2;-5)=0 \\ d: x-y+c=0\ (c\neq 0) \end{cases} \to -2-(-5)+c=0 \Leftrightarrow c=-3.$

Vậy $d: x-y-3=0.$ **Chọn B.**

Câu 62. $\begin{cases} M(3;-1)\in d \\ (\text{II}): x+y=0\ (\Delta) \\ d\perp \Delta \end{cases} \to \begin{cases} M(3;-1) \\ d: x-y+c=0 \end{cases}$

$\to 3-(-1)+c=0 \Leftrightarrow c=-4 \to d: x-y-4=0.$ **Chọn B.**

Câu 63. $\begin{cases} M(-4;0)\in d \\ (\text{II}): x+y=0\ (\Delta)\to \vec{n}_\Delta=(1;1) \\ d\perp\Delta \to \vec{u}_d=(1;1) \end{cases} \to \begin{cases} x=-4+t \\ y=t \end{cases} \xrightarrow{t=4} A(0;4)\in d$

$\to d: \begin{cases} x=t \\ y=4+t \end{cases} (t\in\mathbb{R}).$ **Chọn C.**

Câu 64. $\begin{cases} M(-1;2) \in d \\ d \parallel Ox: y = 0 \end{cases} \longrightarrow d: y = 2.$ **Chọn D.**

Câu 65. $\begin{cases} M(6;-10) \in d \\ d \perp Oy: x = 0 \to \vec{u}_d = (1;0) \end{cases} \longrightarrow d: \begin{cases} x = 6 + t \\ y = -10 \end{cases} \xrightarrow{t=-4} A(2;-10) \in d$

$\to d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -10 \end{cases}.$ **Chọn B.**

Câu 66. $\begin{cases} A(3;-1) \in AB \\ \vec{u}_{AB} = \overrightarrow{AB} = (-2;6) \to \vec{n}_{AB} = (3;1) \end{cases}$

$\to AB: 3(x-3) + 1(y+1) = 0 \Leftrightarrow AB: 3x + y - 8 = 0.$ **Chọn D.**

Câu 67. $\begin{cases} A(-2;0) \in Ox \\ B(0;3) \in Oy \end{cases} \longrightarrow AB: \dfrac{x}{-2} + \dfrac{y}{3} = 1 \Leftrightarrow 3x - 2y + 6 = 0.$ **Chọn B.**

Câu 68. $\begin{cases} A(2;-1) \in AB \\ \vec{u}_{AB} = \overrightarrow{AB} = (0;6) \to \vec{n}_{AB} = (1;0) \end{cases} \longrightarrow AB: x - 2 = 0.$ **Chọn D.**

Câu 69. $\begin{cases} A(3;-7) \in AB \\ \vec{u}_{AB} = \overrightarrow{AB} = (-4;0) \to \vec{n}_{AB} = (0;1) \end{cases} \longrightarrow AB: y + 7 = 0.$ **Chọn B.**

Câu 70. Gọi *M* là trung điểm của *BC*. Ta cần viết phương trình đường thẳng *AM*.

Ta có :

$\begin{cases} B(0;-2) \\ C(4;2) \end{cases} \to M(2;0) \to \vec{u}_{AM} = \overrightarrow{AM} = (1;-1) \to \vec{n}_{AM} = (1;1) \to AM: x + y - 2 = 0.$ **Chọn A.**

Câu 71. Gọi *I* là trung điểm của *AB* và d là trung trực đoạn *AB*. Ta có

$\begin{cases} A(1;-4), B(5;2) \to I(3;-1) \in d \\ d \perp AB \to \vec{n}_d = \overrightarrow{AB} = (4;6) = 2(2;3) \end{cases} \longrightarrow d: 2x + 3y - 3 = 0.$ **Chọn A.**

Câu 72. Gọi *I* là trung điểm của *AB* và d là trung trực đoạn *AB*. Ta có

$\begin{cases} A(4;-1), B(1;-4) \to I\left(\dfrac{5}{2}; -\dfrac{5}{2}\right) \in d \\ d \perp AB \to \vec{n}_d = \overrightarrow{AB} = (-3;-3) = -3(1;1) \end{cases} \longrightarrow d: x + y = 0.$ **Chọn B.**

Câu 73. Gọi *I* là trung điểm của *AB* và d là trung trực đoạn *AB*. Ta có

$\begin{cases} A(1;-4), B(1;2) \to I(1;-1) \in d \\ d \perp AB \to \vec{n}_d = \overrightarrow{AB} = (0;6) = 6(0;1) \end{cases} \longrightarrow d: y + 1 = 0.$ **Chọn A.**

Câu 74. Gọi *I* là trung điểm của *AB* và d là trung trực đoạn *AB*. Ta có

$\begin{cases} A(1;-4), B(3;-4) \to I(2;-4) \in d \\ d \perp AB \to \vec{n}_d = \overrightarrow{AB} = (2;0) = 2(1;0) \end{cases} \longrightarrow d: x - 2 = 0.$ **Chọn C.**

Câu 75. Gọi h_A là đường cao kẻ từ *A* của tam giác *ABC*. Ta có

$$\begin{cases} A(2;-1)\in h_A \\ h_A \perp BC \to \vec{n}_{h_A} = \overrightarrow{BC} = (-7;-3) = -(7;3) \end{cases} \to h_A : 7x+3y-11=0.$$ **Chọn A.**

Câu 76. Gọi h_B là đường cao kẻ từ *B* của tam giác *ABC*. Ta có

$$\begin{cases} B(4;5)\in h_B \\ h_B \perp AC \to \vec{n}_{h_B} = \overrightarrow{AC} = (-5;3) = -(5;-3) \end{cases} \to h_B : 5x-3y-5=0.$$ **Chọn D.**

Câu 77. Gọi h_C là đường cao kẻ từ *C* của tam giác *ABC*. Ta có

$$\begin{cases} C(-3;2)\in h_C \\ h_C \perp AB \to \vec{n}_{h_C} = \overrightarrow{AB} = (2;6) = 2(1;3) \end{cases} \to h_C : x+3y-3=0.$$ **Chọn B.**

DẠNG 3: Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng.

1. Phương pháp giải:

Để xét vị trí tương đối của hai đường thẳng $d_1 : a_1x + b_1y + c_1 = 0;\ d_2 : a_2x + b_2y + c_2 = 0$.

Ta xét hệ $\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ a_2x + b_2y + c_2 = 0 \end{cases}$ (I)

+ Hệ (I) vô nghiệm suy ra $d_1 // d_2$.

+ Hệ (I) vô số nghiệm suy ra $d_1 \equiv d_2$

+ Hệ (I) có nghiệm duy nhất suy ra d_1 và d_2 cắt nhau và nghiệm của hệ là tọa độ giao điểm.

Chú ý: Với trường hợp $a_2.b_2.c_2 \neq 0$ khi đó

+ Nếu $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ thì hai đường thẳng cắt nhau.

+ Nếu $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ thì hai đường thẳng song song nhau.

+ Nếu $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ thì hai đường thẳng trùng nhau.

2. Các ví dụ:

Ví dụ 1: Xét vị trí tương đối các cặp đường thẳng sau

a) $\Delta_1 : x + y - 2 = 0;$ $\Delta_2 : 2x + y - 3 = 0$

b) $\Delta_1 : -x - 2y + 5 = 0;$ $\Delta_2 : 2x + 4y - 10 = 0$

c) $\Delta_1 : 2x - 3y + 5 = 0;$ $\Delta_2 : x - 5 = 0$

d) $\Delta_1 : 2x + 3y + 4 = 0;$ $\Delta_2 : -4x - 6y = 0$

Lời giải:

a) Ta có $\frac{1}{2} \neq \frac{1}{1}$ suy ra Δ_1 cắt Δ_2

b) Ta có $\frac{-1}{2} = \frac{-2}{4} = \frac{5}{-10}$ suy ra Δ_1 trùng Δ_2

c) Ta có $\frac{1}{2} \neq \frac{0}{-3}$ suy ra Δ_1 cắt Δ_2

d) Ta có $\frac{-4}{2} = \frac{-6}{3} \neq \frac{0}{4}$ suy ra $\Delta_1 \, / /\Delta_2$

Ví dụ 2: Cho tam giác ABC có phương trình các đường thẳng AB, BC, CA là

$AB : 2x - y + 2 = 0$; $BC : 3x + 2y + 1 = 0$; $CA : 3x + y + 3 = 0$.

Xác định vị trí tương đối của đường cao kẻ từ đỉnh A và đường thẳng $\Delta : 3x - y - 2 = 0$

Lời giải

Tọa độ điểm A là nghiệm của hệ $\begin{cases} 2x - y + 2 = 0 \\ 3x + y + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow A\left(-1;0\right)$

Ta xác định được hai điểm thuộc đường thẳng BC là $M\left(-1;1\right)$, $N\left(1;-2\right)$

Đường cao kẻ từ đỉnh A vuông góc với BC nên nhận vectơ $\overrightarrow{MN}\left(2;-3\right)$ làm vectơ pháp tuyến nên có phương trình là $2\left(x+1\right) - 3y = 0$ hay $2x - 3y + 2 = 0$

Ta có $\frac{3}{2} \neq \frac{-1}{-3}$ suy ra hai đường thẳng cắt nhau.

Ví dụ 3: Cho hai đường thẳng $\Delta_1 : (m-3)x + 2y + m^2 - 1 = 0$ và $\Delta_2 : -x + my + (m-1)^2 = 0$.

a) Xác định vị trí tương đối và xác định giao điểm (nếu có) của Δ_1 và Δ_2 trong các trường hợp $m = 0$, $m = 1$

b) Tìm m để hai đường thẳng song song với nhau.

Lời giải:

a) Với $m = 0$ xét hệ $\begin{cases} -3x + 2y - 1 = 0 \\ -x + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$ suy ra Δ_1 cắt Δ_2 tại điểm có tọa độ $\left(1;2\right)$

Với $m = 1$ xét hệ $\begin{cases} -2x + 2y = 0 \\ -x + y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$ suy ra Δ_1 cắt Δ_2 tại gốc tọa độ

b) Với $m = 0$ hoặc $m = 1$ theo câu a hai đường thẳng cắt nhau nên không thỏa mãn

Với $m \neq 0$ và $m \neq 1$ hai đường thẳng song song khi và chỉ khi

$$\frac{m-3}{-1} = \frac{2}{m} \neq \frac{m^2 - 1}{\left(m-1\right)^2} \Leftrightarrow m = 2$$

Vậy với $m = 2$ thì hai đường thẳng song song với nhau.

Ví dụ 4: Cho tam giác ABC, tìm tọa độ các đỉnh của tam giác trong trường hợp sau

a) Biết $A\left(2;2\right)$ và hai đường cao có phương trình $d_1 : x + y - 2 = 0$; $d_2 : 9x - 3y + 4 = 0$.

b) Biết $A(4;-1)$, phương trình đường cao kẻ từ B là $\Delta : 2x - 3y = 0$; phương trình trung tuyến đi qua đỉnh C là $\Delta' : 2x + 3y = 0$.

Lời giải

a) Tọa độ điểm A không là nghiệm của phương trình d_1, d_2 suy ra $A \notin d_1,\ A \notin d_2$ nên ta có thể giả sử $B \in d_1,\ C \in d_2$

Ta có AB đi qua A và vuông góc với d_2 nên nhận $\vec{u}\left(3;9\right)$ làm VTPT nên có phương trình là

$3\left(x-2\right) + 9\left(y-2\right) = 0$ hay $3x + 9y - 24 = 0$; AC đi qua A và vuông góc với d_1 nên nhận $\vec{v}\left(-1;1\right)$ làm VTPT nên có phương trình là $-1.\left(x-2\right) + 1.\left(y-2\right) = 0$ hay $x - y = 0$

B là giao điểm của d_1 và AB suy ra tọa độ của B là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x + y - 2 = 0 \\ 3x + 9y - 24 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow B\left(-1;3\right)$$

Tương tự tọa độ C là nghiệm của hệ $\begin{cases} 9x - 3y + 4 = 0 \\ x - y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\dfrac{2}{3} \\ y = -\dfrac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow C\left(-\dfrac{2}{3};-\dfrac{2}{3}\right)$

Vậy $A\left(2;2\right),\ B\left(-1;3\right)$ và $C\left(-\dfrac{2}{3};-\dfrac{2}{3}\right)$

b) Ta có AC đi qua $A(4;-1)$ và vuông góc với Δ nên nhận $\vec{u}\left(3;2\right)$ làm VTPT nên có phương trình là

$3\left(x-4\right) + 2\left(y+1\right) = 0$ hay $3x + 2y - 10 = 0$

Suy ra toạ độ C là nghiệm của hệ $\begin{cases}3x+2y-10=0\\2x+3y=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=6\\y=-4\end{cases}\Rightarrow C\left(6;-4\right)$

Giả sử $B\left(x_B;y_B\right)$ suy ra trung điểm $I\left(\frac{x_B+4}{2};\frac{y_B-1}{2}\right)$ của AB thuộc đường thẳng Δ' do đó

$2.\frac{x_B+4}{2}+3.\frac{y_B-1}{2}=0$ hay $2x_B+3y_B+5=0$ (1)

Mặt khác $B\in\Delta$ suy ra $2x_B-3y_B=0$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $B\left(-\frac{5}{4};-\frac{5}{6}\right)$

Vậy $A(4;-1)$, $B\left(-\frac{5}{4};-\frac{5}{6}\right)$ và $C\left(6;-4\right)$.

3. Bài tập luyện tập:

Bài 14: Xét vị trí tương đối của các cặp đường thẳng sau:

$a)\ d_1: x+y-3=0;\ d_2: 2x+2y=0$

$b)\ d_1: -4x+6y-2=0;\ d_2: 2x-3y+1=0$

$c)\ d_1: 3x+2y-1=0;\ d_2: x+3y-4=0$

Lời giải:

a) $d_1//d_2$ b) $d_1\equiv d_2$ c) d_1 cắt d_2

Bài 15: Cho hai đường thẳng $\Delta_1: 3x-y-3=0$, $\Delta_2: x+y+2=0$ và điểm $M(0;2)$

a) Tìm tọa độ giao điểm của Δ_1 và Δ_2.

b) Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua M và cắt Δ_1 và Δ_2 lần lượt tại A và B sao cho B là trung điểm của đoạn thẳng AM

Lời giải

a) $N\left(\frac{1}{4};-\frac{9}{4}\right)$ b) $A \in \Delta_1 \Rightarrow 3x_A - y_A - 3 = 0 \Rightarrow y_A = 3x_A - 3$,

$B \in \Delta_2 \Rightarrow x_B + y_B + 2 = 0 \Rightarrow y_B = -2x_B - 2$. B là trung điểm AM suy ra

$$\begin{cases} 2x_B = x_A \\ -4x_B - 4 = 2 + 3x_A - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = -\frac{3}{4} \\ x_B = -\frac{3}{8} \end{cases} \Rightarrow \Delta : 29x - 3y + 6 = 0$$

Bài 16: Cho hai đường thẳng có phương trình:

$\Delta_1 : (a-b)x + y = 1;\ \Delta_2 : (a^2 - b^2)x + ay = b$ với $a^2 + b^2 \neq 0$

a) Tìm quan hệ giữa a và b để Δ_1 và Δ_2 cắt nhau

b) Tìm điều kiện giữa a và b để Δ_1 và Δ_2 cắt nhau tại điểm thuộc trục hoành.

Lời giải

a) Nếu $a = b \Rightarrow \Delta_1 \equiv \Delta_2$, Nếu $a \neq b \Rightarrow \Delta_1$ và Δ_2 cắt nhau $\Leftrightarrow \frac{a^2 - b^2}{a - b} \neq \frac{1}{a} \Leftrightarrow b \neq 0$. Vậy $b \neq 0$ và $a \neq b$ là điều kiện cần tìm.

b) Cho $y = 0 \Rightarrow (a-b)x = 1$ và $(a^2 - b^2)x = b$ suy ra $\frac{1}{a-b} = \frac{b}{a^2 - b^2} \Leftrightarrow a = 0$

Bài 17: Cho 2 đường thẳng $\Delta_1 : kx - y + k = 0;\ \Delta_2 : (1-k^2)x + 2ky - 1 - k^2 = 0$.

Chứng minh rằng:

a) Đường thẳng Δ_1 luôn đi qua 1 điểm cố định với mọi k.

b) Δ_1 luôn cắt Δ_2. Xác định toạ độ giao điểm của chúng.

Lời giải

a) Δ_1 luôn đi qua 1 điểm cố định là $M(1;0)$

b) $N\left(\frac{k^2 - 1}{k^2 + 1};\frac{2k^3}{k^2 + 1}\right)$

Bài 18: Cho hai đường thẳng $\Delta_1 : mx - y + 1 - m = 0;\ \Delta_2 : -x + my + 2 = 0$

Biện luận theo m vị trí tương đối của hai đường thẳng.

Lời giải

TH1: Nếu $m = 0 \Rightarrow \Delta_1$ cắt Δ_2

TH2:Nếu $m \neq 0$:

th1: $\frac{m}{-1} \neq \frac{-1}{m} \Leftrightarrow m \neq \pm 1 \Rightarrow \Delta_1$ cắt Δ_2

th2: $\frac{m}{-1} = \frac{-1}{m} \neq \frac{1-m}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm 1 \\ m \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1$ thì $\Delta_1 // \Delta_2$

th3: $\frac{m}{-1} = \frac{-1}{m} = \frac{1-m}{2} \Leftrightarrow m = -1$ thì $\Delta_1 \equiv \Delta_2$

Bài 19: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho các điểm $A(0;1)$, $B(2;-1)$ và các đường thẳng

$d_1 : (m-1)x + (m-2)y + 2 - m = 0$, $d_2 : (2-m)x + (m-1)y + 3m - 5 = 0$

a) Chứng minh d_1 và d_2 luôn cắt nhau.

b) Gọi P là giao điểm của d_1 và d_2. Tìm *m* sao cho $PA + PB$ lớn nhất.

Lời giải

$(PA+PB)^2 \leq 2(PA^2 + PB^2) = 2AB^2 = 16$. Do đó $\max(PA+PB) = 4$ khi P là trung điểm của cung AB. Khi đó $P(2;1)$ hay $P(0;-1)$ suy ra $m = 1$ hoặc $m = 2$.

Bài 20: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho hai đường thẳng $\Delta_m : mx + y - m - 1 = 0$, $\Delta_{m'} : x - my - 3 - m = 0$, (với m là tham số thực). Chứng minh rằng với mọi $m \in R$ thì hai đường thẳng đó luôn cắt nhau tại 1 điểm nằm trên một đường tròn cố định.

Lời giải

Để ý rằng hai đường thẳng này vuông góc với nhau nên cắt nhau tại điểm M. Rõ ràng đường thẳng thứ nhất đi qua điểm cố định $A(1;1)$ và đường thẳng thứ hai đi qua điểm cố định $B(3;-1)$, nên tập hợp điểm M là đường tròn đường kính AB.

Bài 21: Tam giác ABC biết $AB : 5x - 2y + 6 = 0$ và $AC : 4x + 7y - 21 = 0$ và $H(0;0)$ là trực tâm của tam giác. Tìm tọa độ điểm A, B.

Lời giải

Toạ độ của A là nghiệm của hệ pt: $\begin{cases} 5x - 2y + 6 = 0 \\ 4x + 7y - 21 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow A(0;3)$

Vì $B(a;b)$ thuộc AB nên $5a - 2b + 6 = 0 \Rightarrow b = \frac{5a+6}{2}$ hay $B\left(a;\frac{5a+6}{2}\right)$

Mặt khác, H là trực tâm nên $HB \perp AC$ suy ra $\overrightarrow{HB}$ là VTPT của AC do đó $\overrightarrow{HB}$ cùng phương với $\overrightarrow{n_{AC}}\left(4;7\right)$

$\Leftrightarrow \frac{a}{4} = \frac{5a+6}{14} = 0 \Leftrightarrow a = -4 \Rightarrow B\left(-4;-7\right)$

Bài 22: Cho điểm $A\left(2;1\right)$ và đường thẳng $d: 3x - y + 3 = 0$. Tìm hình chiếu của A lên d.

Lời giải

Gọi Δ là đường thẳng đi qua A và vuông góc với d. Ta có hệ số góc của đường thẳng d là $k_d = 3$ do đó hệ số góc của đường thẳng Δ là $k_\Delta = -\frac{1}{3}$ do đó đường thẳng Δ có dạng $y = -\frac{1}{3}x + m$.

$A \in \Delta \Rightarrow 2 = -\frac{1}{3}.1 + m \Rightarrow m = \frac{7}{3}$

Vậy $\Delta: y = -\frac{1}{3}x + \frac{7}{3}$ hay $x + 3y - 7 = 0$.

Tọa độ giao điểm của Δ và d là nghiệm của hệ $\begin{cases} 3x - y + 3 = 0 \\ x + 3y - 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{5} \\ y = \frac{12}{5} \end{cases}$

Suy ra hình chiếu của A lên d là $A'\left(-\frac{1}{5};\frac{12}{5}\right)$

Bài 23: Cho tam giác ABC biết $A\left(-4;6\right)$, $B\left(-1;2\right)$ và đường phân giác trong CK có phương trình là $3x + 9y - 22 = 0$. Tính toạ độ đỉnh C của tam giác.

Lời giải

Qua A kẻ đường thẳng vuông góc với CK cắt CK và CB lần lượt tại A_1, A_2.

Đường thẳng A_1A_2 (hay AA_2) có phương trình là $3x - y + 18 = 0$

Toạ độ điểm A_1 là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} 3x + 9y - 22 = 0 \\ 3x - y + 18 = 0 \end{cases} \Rightarrow A_1\left(-\frac{14}{3};4\right) \Rightarrow A_2\left(-\frac{16}{3};2\right)$$

Cạnh BC (hay BA_2) có phương trình là $y - 2 = 0$

Toạ độ điểm C là nghiệm của hệ $\begin{cases} 3x + 9y - 22 = 0 \\ y - 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow C\left(\frac{4}{3};2\right)$

Đáp án trắc nghiệm

Câu 78. $\begin{cases} d_1: x-2y+1=0 \\ d_2: -3x+6y-10=0 \end{cases} \to \dfrac{1}{-3}=\dfrac{-2}{6}\neq\dfrac{1}{-10} \longrightarrow d_1 \parallel d_2.$ **Chọn B.**

Câu 79. $\begin{cases} d_1: 3x-2y-6=0 \to \vec{n}_1=(3;-2) \\ d_2: 6x-2y-8=0 \to \vec{n}_2=(6;-2) \end{cases} \to \begin{cases} \dfrac{3}{6}\neq\dfrac{-2}{-2} \\ \vec{n}_1\cdot\vec{n}_2\neq 0 \end{cases} \longrightarrow d_1,\ d_2$ cắt nhau nhưng không vuông góc. **Chọn D.**

Câu 80. $\begin{cases} d_1: \dfrac{x}{3}-\dfrac{y}{4}=1 \to \vec{n}_1=\left(\dfrac{1}{3};-\dfrac{1}{4}\right) \\ d_2: 3x+4y-10=0 \to \vec{n}_2=(3;4) \end{cases} \to \vec{n}_1\cdot\vec{n}_2=0 \to d_1\perp d_2.$ **Chọn C.**

Câu 81.

$$\left.\begin{array}{l} d_1: \begin{cases} x=-1+t \\ y=-2-2t \end{cases} \to \vec{u}_1=(1;-2) \\ d_2: \begin{cases} x=2-2t' \\ y=-8+4t' \end{cases} \to B(2;-8)\in d_2,\ \vec{u}_2=(-2;4) \end{array}\right\} \to \begin{cases} \dfrac{1}{-2}=\dfrac{-2}{4} \\ B\in d_1 \leftrightarrow t=3 \end{cases} \to d_1\equiv d_2.$$ **Chọn A.**

Câu 82.

$$\left.\begin{array}{l} d_1: \begin{cases} x=-3+4t \\ y=2-6t \end{cases} \to A(-3;2)\in d_1,\ \vec{u}_1=(2;-3) \\ d_2: \begin{cases} x=1-2t' \\ y=4+3t' \end{cases} \to \vec{u}_2=(-2;3) \end{array}\right\} \to \begin{cases} \dfrac{2}{-2}=\dfrac{-3}{3} \\ A\notin d_2 \end{cases} \to d_1\parallel d_2.$$ **Chọn B.**

Câu 83.

$$\left.\begin{array}{l} \Delta_1: \begin{cases} x=3+\dfrac{3}{2}t \\ y=-1+\dfrac{4}{3}t \end{cases} \to A(3;-1)\in\Delta_1,\ \vec{u}_1=\left(\dfrac{3}{2};\dfrac{4}{3}\right) \\ \Delta_2: \begin{cases} x=\dfrac{9}{2}+9t' \\ y=\dfrac{1}{3}+8t' \end{cases} \to \vec{u}_2=(9;8) \end{array}\right\} \to \begin{cases} \dfrac{\frac{3}{2}}{9}=\dfrac{\frac{4}{3}}{8} \\ A\in\Delta_2 \leftrightarrow t'=-\dfrac{1}{6} \end{cases} \to \Delta_1\equiv\Delta_2.$$

Chọn A.

Câu 84.

$$\left.\begin{array}{l} \Delta_1: 7x+2y-1=0 \to \vec{n}_1=(7;2) \\ \Delta_2: \begin{cases} x=4+t \\ y=1-5t \end{cases} \to \vec{u}_2=(1;-5) \to \vec{n}_2=(5;1) \end{array}\right\} \to \begin{cases} \dfrac{7}{5}\neq\dfrac{2}{1} \\ \vec{n}_1\cdot\vec{n}_2\neq 0 \end{cases} \to \Delta_1,\ \Delta_2$$ cắt nhau nhưng không vuông góc. **Chọn D.**

Câu 85.

$$\left.\begin{array}{l} d_1: \begin{cases} x=4+2t \\ y=1-3t \end{cases} \to A(4;1)\in d_1,\ \vec{u}_1=(2;-3) \\ d_2: 3x+2y-14=0 \to \vec{n}_2=(3;2) \to \vec{u}_2=(2;-3) \end{array}\right\} \to \begin{cases} \vec{u}_1=\vec{u}_2 \\ A\in d_2 \end{cases} \to d_1\equiv d_2.$$ **Chọn A.**

Câu 86.

$$\left.\begin{array}{l} d_1:\begin{cases}x=4+2t\\ y=1-5t\end{cases}\to A(4;1)\in d_1,\ \vec{u}_1=(2;-5)\\ d_2:5x+2y-14=0\to \vec{n}_2=(5;2)\to \vec{u}_2=(2;-5)\end{array}\right\}\to\begin{cases}\vec{u}_1=\vec{u}_2\\ A\notin d_2\end{cases}\to d_1\parallel d_2.$$ **Chọn B.**

Câu 87.

$$\left.\begin{array}{l} d_1:\begin{cases}x=2+3t\\ y=-2t\end{cases}\to \vec{u}_1=(3;-2)\\ d_2:\begin{cases}x=2t'\\ y=-2+3t'\end{cases}\to \vec{u}_2=(2;3)\end{array}\right\}\to \vec{u}_1\cdot\vec{u}_2=0\to d_1\perp d_2.$$ **Chọn C.**

Câu 88. Ta có

$$\left.\begin{array}{l} d_1:\begin{cases}x=2+t\\ y=-3+2t\end{cases}\to d_1:2x-y-7=0\\ d_2:\begin{cases}x=5-t_1\\ y=-7+3t_1\end{cases}\to d_2:3x+y-8=0\end{array}\right\}$$

$$\to\begin{cases}d_1:2x-y-7=0\\ d_2:3x+y-8=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=3\\ y=-1\end{cases}\to d_1\cap d_2=M(3;-1).$$ **Chọn D.**

Câu 89. $d_1:\begin{cases}x=1-t\\ y=5+3t\end{cases}\to d_1:3x+y-8=0\to\begin{cases}d_1:3x+y-8=0\\ d_2:\ x-2y+1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{15}{7}\\ y=\dfrac{11}{7}\end{cases}\to$ A, B, D sai.

$Oy\cap d_2:\ x-2y+1=0\leftrightarrow x=0\Rightarrow y=\dfrac{1}{2}\to d_2\cap Oy=M\left(0;\dfrac{1}{2}\right).$ **Chọn C.**

Chọn D.

Câu 90. $\begin{cases}\vec{u}_{AB}=\overrightarrow{AB}=(1;4)\\ \vec{u}_{CD}=\overrightarrow{CD}=(-4;-1)\end{cases}\to\begin{cases}\dfrac{1}{-4}\neq\dfrac{4}{-1}\\ \vec{u}_{AB}\cdot\vec{u}_{CD}\neq 0\end{cases}\to AB,\ CD$ cắt nhau nhưng không vuông góc. **Chọn D.**

Câu 91. $\begin{cases}A(1;2)\in AB,\ \vec{u}_{AB}=\overrightarrow{AB}=(3;-2)\to \vec{n}_{AB}=(2;3)\to AB:2x+3y-8=8\\ C(1;-3)\in CD,\ \vec{u}_{CD}=\overrightarrow{CD}=(6;-4)\end{cases}\to\begin{cases}\dfrac{3}{6}=\dfrac{-2}{-4}\\ C\notin AB\end{cases}$ nên $AB\parallel CD.$ **Chọn B.**

Câu 92.

(i) $\begin{cases}d_1:\begin{cases}x=t\\ y=-1-2t\end{cases}\to \vec{u}_1=(1;-2)\\ d_2:2x+y-1=0\to \vec{n}_2=(2;1)\to \vec{u}_2=(1;-2)\end{cases}\to \vec{u}_1\cdot\vec{u}_2\neq 0\to$ loại A.

(ii) $\begin{cases}d_1:x-2=0\to \vec{n}_1=(1;0)\\ d_2:d_2:\begin{cases}x=t\\ y=0\end{cases}.\to \vec{u}_2=(1;0)\to \vec{n}_2=(0;1)\end{cases}\to \vec{n}_1\cdot\vec{n}_2=0\to d_1\perp d_2.$ **Chọn B.**

Tương tự, kiểm tra và loại các đáp án C, D.

Câu 93. Xét đáp án A: $\begin{cases} d: 2x+3y-1=0 \\ d_A: 2x+3y+1=0 \end{cases} \rightarrow \frac{2}{2}=\frac{3}{3}\neq\frac{-1}{-1} \rightarrow d \parallel d_A$. **Chọn A.**

Để ý rằng một đường thẳng song song với $2x+3y-1=0$ sẽ có dạng $2x+3y+c=0\ (c\neq-1)$. Do đó kiểm tra chỉ thấy có đáp án A thỏa mãn, các đáp án còn lại không thỏa mãn.

Câu 94. Kí hiệu $d: x-3y+4=0 \rightarrow \vec{n}_d=(1;-3)$.

(i) Xét đáp án A: $d_1: \begin{cases} x=1+t \\ y=2+3t \end{cases} \rightarrow \vec{n}_1=(1;3) \rightarrow \vec{n}_1, \vec{n}$ không cùng phương nên loại A.

(ii) Xét đáp án B: $d_2: \begin{cases} x=1-t \\ y=2+3t \end{cases} \rightarrow \vec{n}_2=(3;1) \rightarrow \vec{n}_2, \vec{n}$ không cùng phương nên loại B.

(iii) Xét đáp án C: $d_3: \begin{cases} x=1-3t \\ y=2+t \end{cases} \rightarrow \vec{n}_3=(1;3) \rightarrow \vec{n}_3, \vec{n}$ không cùng phương nên loại C.

(iv) Xét đáp án D: $d_4: \begin{cases} x=1-3t \\ y=2-t \end{cases} \rightarrow \begin{cases} M(1;2)\in d_4 \\ \vec{n}_4=(1;-3) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \vec{n}_4=\vec{n} \\ M\notin d \end{cases} \rightarrow d \parallel d_4$. **Chọn D.**

Câu 95. Kí hiệu $d: 4x-3y+1=0 \rightarrow \vec{n}_d=(4;-3)$.

(i) Xét đáp án A: $d_1: \begin{cases} x=4t \\ y=-3-3t \end{cases} \rightarrow \vec{n}_1=(3;4) \rightarrow \vec{n}_1\cdot\vec{n}_d=0$ nên **Chọn A.**

(ii) Tương tự kiểm tra và loại các đáp án B, C, D.

Câu 96. Hai đường thẳng có hai điểm chung thì chúng trùng nhau. Như vậy bài toán trở thành tìm đường thẳng trùng với đường thẳng đã cho lúc đầu. Ta có

$d: \begin{cases} x=t \\ y=-1 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} A(0;-1)\in d \\ \vec{u}_d=(1;0) \end{cases} \longrightarrow$ kiểm tra đường thẳng nào chứa điểm $A(0;-1)$ và có VTCP cùng phương với $\vec{u}_d \longrightarrow$ **Chọn C.**

Câu 97. Ta cần tìm đường thẳng cắt $d: \begin{cases} x=-2+3t \\ y=5-7t \end{cases} \longrightarrow d: 7x+3y-1=0.$

$d_1: 7x+3y-1=0 \longrightarrow d_1\equiv d \longrightarrow$ loại A.

$d_2: 7x+3y+1=0$ & $d_3: 7x+3y+2018=0 \longrightarrow d_2, d_3 \parallel d \longrightarrow$ loại B, D. **Chọn C.**

Câu 98. $\begin{cases} d_2: (2m-1)x+m^2y+10=0 \\ d_1: 3x+4y+10=0 \end{cases} \xrightarrow{d_1\equiv d_2} \frac{2m-1}{3}=\frac{m^2}{4}=\frac{10}{10}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2m-1=3 \\ m^2=4 \end{cases} \Leftrightarrow m=2.$ **Chọn C.**

Câu 99. $\begin{cases} d_1: mx+(m-1)y+2m=0 \\ d_2: 2x+y-1=0 \end{cases} \xrightarrow{d_1\parallel d_2} \frac{m}{2}=\frac{m-1}{1}\neq\frac{2m}{-1}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -1\neq 2 \\ m=2m-2 \end{cases} \Leftrightarrow m=2.$ **Chọn A.**

Câu 100. $\begin{cases} d_1: 2x-3y+4=0 \\ d_2: \begin{cases} x=2-3t \\ y=1-4mt \end{cases} \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} \vec{n}_1=(2;-3) \\ \vec{n}_2=(4m;-3) \end{cases} \xrightarrow{d_1\cap d_2=M} \frac{4m}{2}\neq\frac{-3}{-3} \Leftrightarrow m\neq\frac{1}{2}$. **Chọn C.**

Câu 101. Ta có

$$\begin{cases} d_1: 2x-4y+1=0 \\ d_2: \begin{cases} x=-1+at \\ y=3-(a+1)t \end{cases} \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} \vec{n}_1=(1;-2) \\ \vec{n}_2=(a+1;a) \end{cases} \xrightarrow{d_1\perp d_2} \vec{n}_1\cdot\vec{n}_2=0 \Leftrightarrow a+1-2a=0 \Leftrightarrow a=1.$$

Chọn D.

Câu 102.

$$\left.\begin{matrix} d_1: \begin{cases} x=-2+2t \\ y=-3t \end{cases} \rightarrow \vec{u}_1=(2;-3) \\ d_2: \begin{cases} x=2+mt \\ y=-6+(1-2m)t \end{cases} \rightarrow A(2;-6)\in d_2,\ \vec{u}_2=(m;1-2m) \end{matrix}\right\} \xrightarrow{d_1\equiv d_2} \begin{cases} A\in d_1 \\ \frac{m}{2}=\frac{1-2m}{-3} \end{cases} \Leftrightarrow m=2.$$

Chọn C.

Câu 103.

$$\left.\begin{matrix} d_1: \begin{cases} x=2+2t \\ y=1+mt \end{cases} \rightarrow A(2;1)\in d_1, \vec{u}_1=(2;m) \\ d_2: 4x-3y+m=0 \rightarrow \vec{u}_2=(3;4) \end{matrix}\right\} \xrightarrow{d_1\equiv d_2} \begin{cases} A\in d_2 \\ \frac{2}{3}=\frac{m}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5+m=0 \\ m=\frac{8}{3} \end{cases} \Leftrightarrow m\in\varnothing.$$

Chọn D.

Câu 104. Với $m=4 \longrightarrow \begin{cases} d_1: 2x+y=0 \\ d_2: 7x+y+7=0 \end{cases} \longrightarrow d_1\cap d_2\neq\varnothing \longrightarrow$ loại $m=4$.

Với $m\neq 4$ thì

$$\begin{cases} d_1: 2x+y+4-m=0 \\ d_2: (m+3)x+y-2m-1=0 \end{cases} \xrightarrow{d_1\parallel d_2} \frac{m+3}{2}=\frac{1}{1}\neq\frac{-2m-1}{4-m} \Leftrightarrow \begin{cases} m=-1 \\ m\neq-5 \end{cases} \Leftrightarrow m=-1.$$

Chọn B.

Câu 105. $\begin{cases} \Delta_1: 2x-3my+10=0 \\ \Delta_2: mx+4y+1=0 \end{cases} \rightarrow \left[\begin{matrix} m=0 \rightarrow \begin{cases} \Delta_1: x+5=0 \\ \Delta_2: 4y+1=0 \end{cases} \rightarrow m=0 \text{ (thoả mãn)} \\ m\neq 0 \xrightarrow{\Delta_1\cap\Delta_2=M} \frac{2}{m}\neq\frac{-3m}{4} \Leftrightarrow \forall m\neq 0 \end{matrix}\right.$. **Chọn D.**

Câu 106. Ta có : $\begin{cases} \Delta_1: mx+y-19=0 \rightarrow \vec{n}_1=(m;1) \\ \Delta_2: (m-1)x+(m+1)y-20=0 \rightarrow \vec{n}_2=(m-1;m+1) \end{cases}$

$\xrightarrow{\Delta_1\perp\Delta_1} m(m-1)+1(m+1)=0 \Leftrightarrow m\in\varnothing$. **Chọn C.**

Câu 107. Ta có: $\begin{cases} d_1: 3mx+2y+6=0 \rightarrow \vec{n}_1=(3m;2) \\ d_2: (m^2+2)x+2my+6=0 \rightarrow \vec{n}_2=(m^2+2;2m) \end{cases}$

$$\rightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \rightarrow \begin{cases} d_1: y+3=0 \\ d_2: x+y+3=0 \end{cases} \rightarrow m=0 \text{(thoả mãn)} \\ m \neq 0 \xrightarrow{d_1 \cap d_2 = M} \dfrac{m^2+2}{3m} \neq \dfrac{2m}{2} \Leftrightarrow m \neq \pm 1 \end{array}\right.$$. **Chọn D.**

Câu 108. $\begin{cases} d_1: 2x-3y-10=0 \rightarrow \vec{n}_1=(2;-3) \\ d_2: \begin{cases} x=2-3t \\ y=1-4mt \end{cases} \rightarrow \vec{n}_2=(4m;-3) \end{cases}$

$\xrightarrow{d_1 \perp d_2} 2.4m+(-3).(-3)=0 \Leftrightarrow m=-\dfrac{9}{8}$. **Chọn C.**

Câu 109. $\begin{cases} d_1: 4x-3y+3m=0 \rightarrow \vec{n}_1=(4;-3) \\ d_2: \begin{cases} x=1+2t \\ y=4+mt \end{cases} \rightarrow A(1;4) \in d_2,\ \vec{n}_2=(m;-2) \end{cases}$

$\xrightarrow{d_1 \equiv d_2} \begin{cases} A \in d_1 \\ \dfrac{m}{4}=\dfrac{-2}{-3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3m-8=0 \\ m=\dfrac{8}{3} \end{cases} \Leftrightarrow m=\dfrac{8}{3}$. **Chọn B.**

Câu 110. Ta có $\begin{cases} d_1: 3mx+2y-6=0 \rightarrow \vec{n}_1=(3m;2) \\ d_2: (m^2+2)x+2my-3=0 \rightarrow \vec{n}_2=(m^2+2;2m) \end{cases}$

$$\rightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \rightarrow \begin{cases} d_1: y-3=0 \\ d_2: 2x+2y-3=0 \end{cases} \rightarrow m=0 \text{(không thoả mãn)} \\ m \neq 0 \xrightarrow{d_1 \parallel d_2} \dfrac{m^2+2}{3m}=\dfrac{2m}{2} \neq \dfrac{-3}{-6} \Leftrightarrow m=\pm 1 \end{array}\right.$$. **Choïn A.**

Câu 111. Ta có: $\begin{cases} d_1: \begin{cases} x=8-(m+1)t \\ y=10+t \end{cases} \rightarrow A(8;10) \in d_1,\ \vec{n}_1=(1;m+1) \\ d_2: mx+2y-14=0 \rightarrow \vec{n}_2=(m;2) \end{cases}$

$$\xrightarrow{d_1 \parallel d_2} \begin{cases} A \notin d_2 \\ \left[\begin{array}{l} m=0 \rightarrow \begin{cases} \vec{n}_1=(1;1) \\ \vec{n}_2=(0;2) \end{cases} \rightarrow \text{không thoả mãn} \\ m \neq 0 \rightarrow \dfrac{1}{m}=\dfrac{m+1}{2} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8m+6 \neq 0 \\ m \neq 0 \\ m=1 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-2 \end{array}\right.$$. **Chọn A.**

Câu 112. $\begin{cases} d_1: (m-3)x+2y+m^2-1=0 \\ d_2: -x+my+m^2-2m+1=0 \end{cases}$

$$\xrightarrow{d_1 \cap d_2 = M} \left[\begin{array}{l} m=0 \rightarrow \begin{cases} d_1: -3x+2y-1=0 \\ d_2: -x+1=0 \end{cases} \rightarrow \text{thoả mãn} \\ m \neq 0 \rightarrow \dfrac{m-3}{-1} \neq \dfrac{2}{m} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m \neq 2 \end{cases} \end{array}\right.$$. **Chọn B.**

Câu 113.

$$\begin{cases}\Delta_1:\begin{cases}x=m+2t\\y=1+\left(m^2+1\right)t\end{cases}\to A(m;1)\in d_1,\ \vec{u}_1=\left(2;m^2+1\right)\\ \Delta_2:\begin{cases}x=1+mt\\y=m+t\end{cases}\to \vec{u}_2=(m;1)\end{cases}\xrightarrow{d_1\equiv d_2}\begin{cases}A\in d_2\\ \dfrac{m}{2}=\dfrac{1}{m^2+1}\end{cases}$$ **. Chọn C.**

$$\Leftrightarrow\begin{cases}m=1+mt\\1=m+t\\m^3+m-2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=1+m(1-m)\\(m-1)\left(m^2+m+2\right)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-1=0\\m-1=0\end{cases}\Leftrightarrow m=1.$$

Câu 114. $Ox\cap\Delta:5x+2y-10=0\longrightarrow\begin{cases}y=0\\5x+2y-10=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\y=0\end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 115. $Oy\cap d:\begin{cases}x=2t\\y=-5+15t\end{cases}\longrightarrow\begin{cases}y=0\\x=2t\\y=-5+15t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=\dfrac{1}{3}\\x=\dfrac{2}{3},\ y=0\end{cases}$. **Chọn A.**

Câu 116. $\begin{cases}d_1:7x-3y+16=0\\d_2:x+10=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-10\\y=-18\end{cases}$. **Chọn A.**

Câu 117. $\begin{cases}d_1:\begin{cases}x=-3+4t\\y=2+5t\end{cases}\\d_2:\begin{cases}x=1+4t'\\y=7-5t'\end{cases}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-3+4t=1+4t'\\2+5t=7-5t'\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t-t'=1\\t+t'=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=1\xrightarrow{\to d_1}\begin{cases}x=1\\y=7\end{cases}\\t'=0\end{cases}$. **Chọn A.**

Câu 118. $\begin{cases}d_1:2x+3y-19=0\\d_2:\begin{cases}x=22+2t\\y=55+5t\end{cases}\end{cases}\xrightarrow{d_1\cap d_2}2(22+2t)+3(55+5t)-19=0\Leftrightarrow t=-10\to\begin{cases}x=2\\y=5\end{cases}$.

Chọn A.

Câu 119. $\begin{cases}A(-2;0),\ B(1;4)\to AB:4x-3y+8=0\\d:\begin{cases}x=-t\\y=2-t\end{cases}\to d:x-y+2=0\end{cases}\xrightarrow{AB\cap d}\begin{cases}4x-3y+8=0\\x-y+2=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=2\\y=0\end{cases}$.

Chọn B.

Câu 120. $Ox\cap d_2\leftrightarrow\begin{cases}x=-1+t\\y=3+3t=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-2\\y=0\end{cases}\to Ox\cap d_2=A(-2;0)\in d_1$

$\to -2a-4=0\Leftrightarrow a=-2.$ **Chọn D.**

Câu 121. $Oy\cap d_2\leftrightarrow\begin{cases}x=2+t=0\\y=6+2t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=0\\y=2\end{cases}\to Oy\cap d_2=A(0;2)\in d_1$

$\Leftrightarrow 6m-m^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\m=6\end{array}\right.$. **Chọn D.**

Câu 122. $\begin{cases} d_1: 3x-2y+5=0 \\ d_2: 2x+4y-7=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\dfrac{3}{8} \\ y=\dfrac{31}{16} \end{cases} \to d_1 \cap d_2 = A\left(-\dfrac{3}{8};\dfrac{31}{16}\right)$. Ta có

$\begin{cases} A \in d \\ d \parallel d_3: 3x+4y-1=0 \end{cases} \to \begin{cases} A \in d \\ d: 3x+4y+c=0\ (c \neq -1) \end{cases} \to -\dfrac{9}{8}+\dfrac{31}{4}+c=0 \Leftrightarrow c=-\dfrac{53}{8}.$

Vậy $d: 3x+4y-\dfrac{53}{8}=0 \Leftrightarrow d_3: 24x+32y-53=0.$ **Chọn A.**

Câu 123. $\begin{cases} d_1: x+3y-1=0 \\ d_2: x-3y-5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=-\dfrac{2}{3} \end{cases} \to d_1 \cap d_2 = A\left(3;-\dfrac{2}{3}\right)$. Ta có

$\begin{cases} A \in d \\ d \perp d_3: 2x-y+7=0 \end{cases} \to \begin{cases} A \in d \\ d: x+2y+c=0 \end{cases} \to 3+2.\left(-\dfrac{2}{3}\right)+c=0 \Leftrightarrow c=-\dfrac{5}{3}.$

Vậy $d: x+2y-\dfrac{5}{3}=0 \Leftrightarrow d: 3x+6y-5=0.$ **Chọn A.**

Câu 124. Ta có: $\begin{cases} d_1: 3x-4y+15=0 \\ d_2: 5x+2y-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=3 \end{cases} \to d_1 \cap d_2 = A(-1;3) \in d_3$

$\to -m-6m+3+9m-13=0 \Leftrightarrow m=5.$ **Chọn D.**

Câu 125. $\begin{cases} d_1: 2x+y-4=0 \\ d_2: 5x-2y+3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{5}{9} \\ y=\dfrac{26}{9} \end{cases} \to d_1 \cap d_2 = A\left(\dfrac{5}{9};\dfrac{26}{9}\right) \in d_3$

$\to \dfrac{5m}{9}+\dfrac{26}{3}-2=0 \Leftrightarrow m=-12.$ **Chọn D.**

Câu 126. $\begin{cases} d_1: 3x-4y+15=0 \\ d_2: 5x+2y-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=3 \end{cases} \to d_1 \cap d_2 = A(-1;3) \in d$

$\to -m-12+15=0 \Leftrightarrow m=3.$ **Chọn C.**

Câu 127. $\begin{cases} d_1: 2x+y-1=0 \\ d_2: x+2y+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases} \to d_1 \cap d_2 = A(1;-1) \in d_3 \Leftrightarrow m+1-7=0 \Leftrightarrow m=6.$

Chọn B.

Câu 128. Đặt $f(x;y)=51x-30y+11 \longrightarrow \begin{cases} f(M)=f\left(-1;-\dfrac{4}{3}\right)=0 \to M \in d \\ f(N)=f\left(-1;\dfrac{4}{3}\right)=-80 \neq 0 \to N \notin d \\ f(P) \neq 0 \\ f(Q) \neq 0 \end{cases}.$

Chọn A.

Câu 129. $M\left(2;-1\right)\xrightarrow{x=2,\,y=-1\to d}\begin{cases}2=1+2t\\-1=3-t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=\dfrac{1}{2}\\t=4\end{cases}\left(VN\right)\to M\notin d.$

$N\left(-7;0\right)\xrightarrow{x=-7,\,y=0\to d}\begin{cases}-7=1+2t\\0=3-t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=-4\\t=3\end{cases}\left(VN\right)\to N\notin d.$

$P\left(3;5\right)\xrightarrow{x=3,\,y=5\to d}\begin{cases}3=1+2t\\5=3-t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=1\\t=-2\end{cases}\left(VN\right)\to P\notin d.$

$Q\left(3;\ 2\right)\xrightarrow{x=3,\,y=2\in d}\begin{cases}3=1+2t\\2=3-t\end{cases}\Leftrightarrow t=1\to Q\in d.$ **Chọn D.**

Câu 130. Gọi $12x-7y+5=0$.

Đặt $f\left(x;y\right)=12x-7y+5\longrightarrow\begin{cases}f\left(M\left(1;1\right)\right)=10\neq 0\to M\notin d\\f\left(N\left(-1;-1\right)\right)=0\to N\in d\\f\left(P\right)=0,\ f\left(Q\right)=0\end{cases}$. **Chọn A.**

Câu 131. Gọi $d:\begin{cases}x=-1+2t\\y=3-5t\end{cases}$. $M\left(-1;3\right)\xrightarrow{x=-1,\,y=3\to d}\begin{cases}-1=-1+2t\\3=3-5t\end{cases}\Leftrightarrow t=0\to M\in d.$

$N\left(1;-2\right)\xrightarrow{x=1,\,y=-2\to d}\begin{cases}1=-1+2t\\-2=3-5t\end{cases}\Leftrightarrow t=1\to N\in d.$

$P\left(3;1\right)\xrightarrow{x=3,\,y=1\to d}\begin{cases}3=-1+2t\\1=3-5t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=2\\t=\dfrac{2}{5}\end{cases}\to P\notin d.$ **Chọn C.**

$Q\left(-3;8\right)\xrightarrow{x=-3,\,y=8\to d}\begin{cases}-3=-1+2t\\8=3-5t\end{cases}\Leftrightarrow t=-1\to Q\in d.$

✍ DẠNG 4. Xác định tọa độ điểm thuộc đường thẳng.

1. Phương pháp giải.

Để xác định tọa độ điểm thuộc đường thẳng ta dựa vào nhận xét sau:

- Điểm A thuộc đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=x_0+at\\y=y_0+bt\end{cases},\ t\in R$ (hoặc $\Delta:\dfrac{x-x_0}{a}=\dfrac{y-y_0}{b}$) có dạng $A\left(x_0+at;\,y_0+bt\right)$
- Điểm A thuộc đường thẳng $\Delta: ax+by+c=0$ (ĐK: $a^2+b^2\neq 0$) có dạng $A\left(t;\dfrac{-at-c}{b}\right)$ với $b\neq 0$ hoặc $A\left(\dfrac{-bt-c}{a};t\right)$ với $a\neq 0$

2. Các ví dụ.

Ví dụ 1: Cho đường thẳng $\Delta: 3x-4y-12=0$

a) Tìm tọa độ điểm A thuộc Δ và cách gốc tọa độ một khoảng bằng bốn

b) Tìm điểm B thuộc Δ và cách đều hai điểm $E\left(5;0\right)$, $F\left(3;-2\right)$

c) Tìm tọa độ hình chiếu của điểm $M\left(1;2\right)$ lên đường thẳng Δ

Lời giải:

a) Dễ thấy $M\left(0;-3\right)$ thuộc đường thẳng Δ và $\vec{u}\left(4;3\right)$ là một vectơ chỉ phương của Δ nên có phương trình tham số là $\begin{cases} x = 4t \\ y = -3 + 3t \end{cases}$.

Điểm A thuộc Δ nên tọa độ của điểm A có dạng $A\left(4t;-3+3t\right)$ suy ra

$$OA = 4 \Leftrightarrow \sqrt{\left(4t\right)^2 + \left(-3+3t\right)^2} = 4 \Leftrightarrow 25t^2 - 18t - 7 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 1 \\ t = \dfrac{-7}{25} \end{array}\right.$$

Vậy ta tìm được hai điểm là $A_1\left(4;0\right)$ và $A_2\left(\dfrac{-28}{25};\dfrac{-96}{25}\right)$

b) Vì $B \in \Delta$ nên $B\left(4t;-3+3t\right)$

Điểm B cách đều hai điểm $E\left(5;0\right)$, $F\left(3;-2\right)$ suy ra

$$EB^2 = FB^2 \Leftrightarrow \left(4t-5\right)^2 + \left(3t-3\right)^2 = \left(4t-3\right)^2 + \left(3t-1\right)^2 \Leftrightarrow t = \frac{6}{7}$$

Suy ra $B\left(\dfrac{24}{7};-\dfrac{3}{7}\right)$

c) Gọi H là hình chiếu của M lên Δ khi đó $H \in \Delta$ nên $H\left(4t;-3+3t\right)$

Ta có $\vec{u}\left(4;3\right)$là vectơ chỉ phương của Δ và vuông góc với $\overrightarrow{HM}\left(4t-1;3t-5\right)$ nên

$$\overrightarrow{HM}.\vec{u} = 0 \Leftrightarrow 4\left(4t-1\right) + 3\left(3t-5\right) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{19}{25}$$

Suy ra $H\left(\dfrac{76}{25};-\dfrac{18}{25}\right)$

Ví dụ 2: Cho hai đường thẳng $\Delta : x - 2y + 6 = 0$ và $\Delta' : \begin{cases} x = -1 - t \\ y = t \end{cases}$.

a) Xác định tọa độ điểm đối xứng với điểm $A\left(-1;0\right)$ qua đường thẳng Δ

b) Viết phương trình đường thẳng đối xứng với Δ' qua Δ

Lời giải:

a) Gọi H là hình chiếu của A lên Δ khi đó $H\left(2t-6;t\right)$

Ta có $\vec{u}\left(2;1\right)$ là vectơ chỉ phương của Δ và vuông góc với $\overrightarrow{AH}\left(2t-5;t\right)$ nên

$\overrightarrow{AH}.\vec{u}=0\Leftrightarrow 2\left(2t-5\right)+t=0\Leftrightarrow t=2\Rightarrow H\left(-2;2\right)$

A' là điểm đối xứng với A qua Δ suy ra H là trung điểm của AA' do đó

$\begin{cases}x_{A'}=2x_H-x_A\\ y_{A'}=2y_H-y_A\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_{A'}=-3\\ y_{A'}=4\end{cases}$

Vậy điểm cần tìm là $A'\left(-3;4\right)$

b) Thay $\begin{cases}x=-1-t\\ y=t\end{cases}$ vào phương trình Δ ta được $-1-t-2t+6=0\Leftrightarrow t=\frac{5}{3}$ suy ra giao điểm của Δ và Δ' là $K\left(-\frac{8}{3};\frac{5}{3}\right)$

Dễ thấy điểm A thuộc đường thẳng Δ' do đó đường thẳng đối xứng với Δ' qua Δ đi qua điểm A' và điểm K do đó nhận $\overrightarrow{A'K}=\left(\frac{1}{3};-\frac{7}{3}\right)=\frac{1}{3}\left(1;-7\right)$ nên có phương trình là $\begin{cases}x=-3+t\\ y=4-7t\end{cases}$

Nhận xét: Để tìm tọa độ hình chiếu H của A lên Δ ta có thể làm cách khác như sau: ta có đường thẳng AH nhận $\vec{u}\left(2;1\right)$ làm VTPT nên có phương trình là $2x+y+2=0$ do đó tọa độ H là nghiệm của hệ

$\begin{cases}x-2y+6=0\\ 2x+y+2=0\end{cases}\Rightarrow H\left(-2;2\right)$

Ví dụ 3: Cho tam giác ABC vuông ở A. Biết $A\left(-1;4\right)$, $B\left(1;-4\right)$, đường thẳng BC đi qua điểm $K\left(\frac{7}{3};2\right)$. Tìm toạ độ đỉnh C.

Lời giải:

Ta có $\overrightarrow{BK}\left(\frac{4}{3};6\right)$ suy ra đường thẳng BC nhận $\vec{u}\left(2;9\right)$ làm VTCP nên có phương trình là $\begin{cases}x=1+2t\\ y=-4+9t\end{cases}$

$C\in BC\Rightarrow C\left(1+2t;-4+9t\right)$

Tam giác ABC vuông tại A nên $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=0$, $\overrightarrow{AB}\left(2;-8\right)$, $\overrightarrow{AC}\left(2+2t;-8+9t\right)$ suy ra

$2\left(2+2t\right)-8\left(9t-8\right)=0\Leftrightarrow t=1$

Vậy $C\left(3;5\right)$

Ví dụ 4: Cho hình bình hành $ABCD$. Biết $I\left(\frac{7}{2};\frac{5}{2}\right)$ là trung điểm của cạnh CD, $D\left(3;\frac{3}{2}\right)$ và đường phân giác góc $\widehat{BAC}$ có phương trình là $\Delta: x-y+1=0$. Xác định tọa độ đỉnh B.

Lời giải:

Cách 1: Điểm I là trung điểm của CD nên $\begin{cases} x_C = 2x_I - x_D = 4 \\ y_C = 2x_I - y_D = \frac{7}{2} \end{cases} \Rightarrow C\left(4;\frac{7}{2}\right)$

Vì $A \in \Delta$ nên tọa độ điểm A có dạng $A\left(a;a+1\right)$

Mặt khác $ABCD$ là hình bình hành tương đương với $\overrightarrow{DA},\overrightarrow{DC}$ không cùng phương và $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$

$$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B - a = 4-3 \\ y_B - a - 1 = \frac{7}{2}-\frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = a+1 \\ y_B = a+3 \end{cases} \Rightarrow B\left(a+1;a+3\right)$$

$\overrightarrow{DA},\overrightarrow{DC}$ không cùng phương khi và chỉ khi $\frac{a-3}{1} \neq \frac{a+1-\frac{3}{2}}{2} \Leftrightarrow a \neq \frac{11}{2}$

Đường thẳng Δ là phân giác góc $\widehat{BAC}$ nhận vectơ $\vec{u}=\left(1;1\right)$ làm vec tơ chỉ phương nên

$$\cos\left(\overrightarrow{AB};\vec{u}\right)=\cos\left(\overrightarrow{AC};\vec{u}\right) \Leftrightarrow \frac{\overrightarrow{AB}.\vec{u}}{\left|\overrightarrow{AB}\right|\left|\vec{u}\right|}=\frac{\overrightarrow{AC}.\vec{u}}{\left|\overrightarrow{AC}\right|\left|\vec{u}\right|} (*)$$

Có $\overrightarrow{AB}\left(1;2\right)$, $\overrightarrow{AC}\left(4-a;\frac{5}{2}-a\right)$ nên

$$\left(*\right) \Leftrightarrow \frac{3}{\sqrt{5}}=\frac{\frac{13}{2}-2a}{\sqrt{\left(4-a\right)^2+\left(\frac{5}{2}-a\right)^2}} \Leftrightarrow 2a^2-13a+11=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=1 \\ a=\frac{11}{2}(l) \end{array}\right.$$

Vậy tọa độ điểm $B\left(2;4\right)$

Cách 2: Ta có $C\left(4;\frac{7}{2}\right)$.

Đường thẳng d đi qua C vuông góc với Δ nhận $\vec{u}\left(1;1\right)$ làm vectơ pháp tuyến nên có phương trình là

$1.\left(x-4\right)+1.\left(y-\frac{7}{2}\right)=0$ hay $2x+2y-15=0$

Tọa độ giao điểm H của Δ và d là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ 2x + 2y - 15 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{13}{4} \\ y = \dfrac{17}{4} \end{cases} \Rightarrow H\left(\dfrac{13}{4};\dfrac{17}{4}\right)$$

Gọi C' là điểm đối xứng với C qua Δ thì khi đó C' thuộc đường thẳng chứa cạnh AB và H là trung điểm của CC' do đó $\begin{cases} x_{C'} = 2x_H - x_C \\ y_{C'} = 2y_H - y_C \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{C'} = \dfrac{5}{2} \\ y_{C'} = 5 \end{cases} \Rightarrow C'\left(\dfrac{5}{2};5\right)$

Suy ra đường thẳng chứa cạnh AB đi qua C' và nhận $\overrightarrow{DC}\left(1;2\right)$ làm vectơ chỉ phương nên có phương trình là

$$\begin{cases} x = \dfrac{5}{2} + t \\ y = 5 + 2t \end{cases}$$

Thay x, y từ phương trình đường thẳng chứa cạnh AB vào phương trình đường thẳng Δ ta được

$\dfrac{5}{2} + t - 5 - 2t + 1 = 0 \Leftrightarrow t = -\dfrac{3}{2}$ suy ra $A\left(1;2\right)$

ABCD là hình bình hành nên $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B - 1 = 1 \\ y_B - 2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = 2 \\ y_B = 4 \end{cases}$

Suy ra $B\left(2;4\right)$

Chú ý: Bài toán có liên quan đến đường phân giác thì ta thường sử dụng nhận xét " Δ *là đường phân giác của góc tạo bởi hai đường thẳng cắt nhau* Δ_1 *và* Δ_2 *khi đó điểm đối xứng với điểm* $M \in \Delta_1$ *qua* Δ *thuộc* Δ_2 "

Ví dụ 5: Cho đường thẳng $d: x - 2y - 2 = 0$ và 2 điểm $A\left(0;1\right)$ và $B\left(3;4\right)$. Tìm tọa độ điểm M trên d sao cho $\left|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}\right|$ là nhỏ nhất.

Lời giải:

$M \in d \Rightarrow M\left(2t+2;t\right)$, $\overrightarrow{MA}\left(-2t-2;1-t\right)$, $\overrightarrow{MB}\left(1-2t;4-t\right)$ do đó $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} = \left(-6t;-3t+9\right)$

Suy ra $\left|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}\right| = \sqrt{\left(-6t\right)^2 + \left(-3t+9\right)^2} = \sqrt{45\left(t - \dfrac{3}{5}\right) + \dfrac{314}{5}} \geq \sqrt{\dfrac{314}{5}}$

$\left|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}\right|$ nhỏ nhất khi và chỉ khi $t = \dfrac{3}{5}$ do đó $M\left(\dfrac{16}{5};\dfrac{3}{5}\right)$ là điểm cần tìm.

3. Bài tập luyện tập.

Bài 24: Cho tam giác ABC có trọng tâm $G\left(-2;0\right)$, phương trình các cạnh AB: $4x+y+14=0$, AC: $2x+5y-2=0$. Tìm toạ độ các đỉnh A, B, C.

Lời giải:

ĐS: $A\left(-4;2\right),\ B\left(-3;-2\right),\ C\left(1;0\right)$.

Bài 25: Cho hai đường thẳng $d_1: x-y=0$ và $d_2: 2x+y-1=0$. Tìm toạ độ các đỉnh hình vuông $ABCD$ biết rằng đỉnh A thuộc d_1, đỉnh C thuộc d_2 và các đỉnh B, D thuộc trục hoành.

Lời giải:

$A\in d_1,\ C\in d_2$, B, D thuộc trục hoành suy ra $A\left(a;a\right), C\left(c;1-2c\right),\ B\left(b;0\right),\ D\left(d;0\right)$

Vì $ABCD$ là hình vuông và B, D thuộc trục hoành nên A và C đối xứng nhau qua trục hoành do đó

$\begin{cases} a=c \\ a=2c-1 \end{cases} \Leftrightarrow a=c=1$ Suy ra $A\left(1;1\right), C\left(1;-1\right)$

ABCD là hình vuông suy ra $BA\perp BC$ và trung điểm của AC trùng với trung điểm của BD

$BA\perp BC \Rightarrow \overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}=0 \Leftrightarrow \left(1-b\right)^2-1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=0 \\ b=2 \end{array}\right.$ (1)

Trung điểm của AC trùng trung điểm của BD nên $b+d=2$ (2)

Từ (1) và (2) ta có $\begin{cases} b=0 \\ d=2 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} b=2 \\ d=0 \end{cases}$

Vậy có hai hình vuông thỏa mãn có tọa độ các đỉnh là $A\left(1;1\right), B\left(2;0\right), C\left(1;-1\right), D\left(0;0\right)$

và $A\left(1;1\right), B\left(0;0\right), C\left(1;-1\right), D\left(2;0\right)$

Bài 26: Cho tam giác ABC có đỉnh $A\left(2;1\right)$, đường cao qua đỉnh B có phương trình $x-3y-7=0$ và đường trung tuyến qua đỉnh C có phương trình $x+y+1=0$. Xác định toạ độ các đỉnh B và C của tam giác.

Lời giải:

ĐS: $B\left(-2;-3\right),\ C\left(4;-5\right)$

Bài 27: Cho điểm $A\left(2;2\right)$ và các đường thẳng: $d_1: x+y-2=0,\ d_2: x+y-8=0$. Tìm toạ độ các điểm B và C lần lượt thuộc d_1 và d_2 sao cho tam giác ABC vuông cân tại A.

Lời giải:

$B \in d_1; C \in d_2$ nên tọa độ B, C có dạng $B(a;2-a)$, $C(b;8-b)$

$\overrightarrow{AB} = (a-2;-a)$; $\overrightarrow{AC}(b-2;6-b)$

Tam giác ABC vuông cân tại A nên

$$\begin{cases} AB = AC \\ \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a-2)^2 + a^2 = (b-2)^2 + (6-b)^2 \\ (a-2)(b-2) - a(6-b) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a-1)(b-4) = 2 \\ (a-1)^2 - (b-4)^2 = 3 \end{cases}$$

Giải hệ này dễ dàng tìm được $\begin{cases} a = -1 \\ b = 3 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a = 3 \\ b = 5 \end{cases}$

Từ đó $B(-1;3)$, $C(3;5)$ hoặc $B(3;-1)$, $C(5;3)$

Bài 28: Tam giác ABC biết $A(2;-1)$ và phương trình hai đường phân giác trong của góc B và góc C lần lượt là $\Delta : x - 2y + 1 = 0$, $\Delta' : 2x - 3y + 6 = 0$. Xác định tọa độ B, C.

Lời giải:

Điểm $A'(0;3) \in BC$ là điểm đối xứng A qua Δ, $A''(0;2) \in BC$ là điểm đối xứng A qua Δ'

Ta có $BC : x = 0$ suy ra $B\left(0;\frac{1}{2}\right)$, $C\left(0;\frac{5}{3}\right)$

Bài 29: Cho điểm $A(2;1)$. Trên trục Ox, lấy điểm B có hoành độ $x_B \geq 0$, trên trục Oy, lấy điểm C có tung độ $y_C \geq 0$ sao cho tam giác ABC vuông tại A. Tìm các điểm B, C sao cho diện tích tam giác ABC lớn nhất.

Lời giải:

ĐS: $B(0;0)$, $C(0;5)$

Bài 30: Cho tam giác ABC cân tại B, với $A(1;-1)$, C$(3;5)$. Điểm B nằm trên đường thẳng $d : 2x - y = 0$. Viết phương trình các đường thẳng AB, BC.

Lời giải:

ĐS: $AB : 23x - y - 24 = 0$, $BC : 19x - 13y + 8 = 0$

Bài 31: Cho đường thẳng $\Delta : x-2y+3=0$ và hai điểm $A\left(2;5\right)$ và $B\left(-4;5\right)$. Tìm tọa độ điểm M trên Δ sao cho

a) $2MA^2+MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất

b) $MA+MB$ đạt giá trị nhỏ nhất

c) $\left|MA-MB\right|$ đạt giá trị lớn nhất

Lời giải:

a) $M\in\Delta\Rightarrow M\left(2t-3;t\right)$ suy ra $2MA^2+MB^2=15t^2-66t+126=15\left(t-\frac{11}{5}\right)^2+\frac{267}{5}\geq\frac{267}{5}$

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow t=\frac{11}{5}\Rightarrow M\left(\frac{7}{5};\frac{11}{5}\right)$

b) Dễ thấy A, B cùng phía với Δ. Gọi A' là điểm đối xứng A qua $\Delta\Rightarrow A'\left(4;1\right)$

Ta có $MA+MB=MA'+MB\geq A'B$, dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow M\in A'B\Leftrightarrow M=A'B\cap\Delta\Rightarrow M\left(\frac{3}{2};\frac{9}{4}\right)$

c) Lấy A' như câu b) suy ra $\left|MA-MB\right|=\left|MA'-MB\right|\leq A'B$ dấu "=" xảy ra

$\Leftrightarrow M=A'B\cap\Delta\Rightarrow M\left(\frac{3}{2};\frac{9}{4}\right)$

Bài 32: Viết phương trình cạnh BC của tam giác ABC biết $A\left(1;1\right)$ và phương trình các đường phân giác trong góc B, C lần lượt là $2x-y+2=0$ và $x-3y+3=0$.

Lời giải:

ĐS: $BC:3x+11y-20=0$

Bài 33: Viết phương trình đường thẳng Δ' đối xứng với đường thẳng Δ qua điểm I biết

a) $I(-3;1);\ \Delta:2x+y-3=0$ b) $I(-1;3);\ \Delta:\begin{cases}x=2-t\\y=-1-2t\end{cases}$

Lời giải:

a) $d\left(I;\Delta\right)=\frac{8\sqrt{5}}{5}$, $\Delta'//\Delta\Rightarrow\Delta':2x+y+c=0$

$d\left(I;\Delta\right) = d\left(I;\Delta'\right) \Leftrightarrow \frac{8\sqrt{5}}{5} = \frac{\left|c-5\right|}{\sqrt{5}} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c=-3(l) \\ c=13 \end{array}\right.$

Vậy $\Delta' : 2x + y + 13 = 0$

b) $\Delta' : 2x - y + 15 = 0$

Bài 34: Cho hình vuông tâm $I\left(2;3\right)$ và $AB : x - 2y - 1 = 0$. Viết phương trình các cạnh còn lại và các đường chéo .

Lời giải:

Ta có $DC : x - 2y + 9 = 0;\ BC : 2x + y - 2 = 0;$

$AD : 2x + y - 12 = 0;\ \ AC : x + 3y - 11 = 0;\ \ BD : 3x - y - 3 = 0$

Bài 35: Cho tam giác ABC vuông tại A biết phương trình cạnh BC là: $\sqrt{3}x - y - \sqrt{3} = 0$; điểm A, B thuộc trục hoành. Xác định toạ độ trọng tâm G của tam giác ABC biết bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC bằng 2

Lời giải:

Dễ thấy $\mathrm{B}\left(1;0\right)$. Vì $C \in \Delta \Rightarrow C\left(a;\sqrt{3}\left(a-1\right)\right)$

A, B thuộc trục hoành và tam giác ABC vuông nên $A\left(a;0\right)$

$\overrightarrow{AB} = \left(a-1;0\right),\ \overrightarrow{AC} = \left(0;\sqrt{3}\left(a-1\right)\right)$, ABC là tam giác khi và chỉ khi $\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{AC}$ không cùng phương hay $a \neq 1$

Theo công thức tính diện tích tam giác ta có $S_{ABC} = pr = \frac{1}{2}AB.AC$ suy ra

$2\left(AB + BC + CA\right) = AB.AC$, mặt khác $AB = \left|a-1\right|, BC = 2\left|a-1\right|, CA = \sqrt{3}\left|a-1\right|$

nên ta có $2\left(3+\sqrt{3}\right)\left|a-1\right| = \sqrt{3}\left(a-1\right)^2$ suy ra $a = 1$ (loại), $a = 3 + 2\sqrt{3}$ hoặc $a = -1 - 2\sqrt{3}$

Vậy có hai trường hợp xảy ra ta tìm được tọa độ trọng tâm trong hai trường hợp đó là

$G_1\left(\frac{7+4\sqrt{3}}{3};\frac{2\sqrt{3}+6}{3}\right),\ G_2\left(\frac{-1-4\sqrt{3}}{3};\frac{-2\sqrt{3}-6}{3}\right)$

Nhận xét:

Cách khác: Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp ΔABC. Vì $r = 2 \Rightarrow y_I = \pm 2$. Từ phương trình đường thẳng BC suy ra $\widehat{B} = 60^0$ do đó $BI : y = \dfrac{x-1}{\sqrt{3}} \Rightarrow x_I = 1 \pm 2\sqrt{3} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x_A = x_C = 3 + 2\sqrt{3} \\ x_A = x_C = -1 - 2\sqrt{3} \end{array}\right.$

Từ phương trình BC ta suy ra được y_C do đó tìm được tọa độ ba đỉnh rồi suy ra tọa độ trọng tâm.

Bài 36: Cho tam giác ABC có $C(-2,0)$, đường phân giác trong góc A có phương trình là $5x + y - 3 = 0$ và thỏa mãn $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{OM}$ với $M(2;3)$. Tìm tọa độ điểm A, B

Lời giải:

$A(a;3-5a) \Rightarrow B(4+a;9-5a)$, $\vec{u}(-1;5)$, $\overrightarrow{AB}(4;6)$, $\overrightarrow{AC}(-2-a;5a-3)$

$\cos\left(\overrightarrow{AB};\vec{u}\right) = \cos\left(\overrightarrow{AC};\vec{u}\right) \Leftrightarrow \dfrac{26}{\sqrt{4^2+6^2}} = \dfrac{26a-13}{\sqrt{(2+a)^2+(5a-3)^2}} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 0 \\ a = 1 \end{array}\right.$ Chỉ có trường hợp

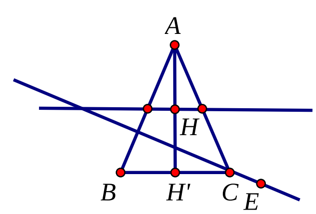
$a = 1 \Rightarrow B(5;4)$

Bài 37: Cho tam giác ABC cân tại A có đỉnh A(6; 6); đường thẳng đi qua trung điểm của các cạnh AB và AC có phương trình $x + y - 4 = 0$. Tìm toạ độ các đỉnh B và C, biết điểm $E(-1;3)$ nằm trên đường cao đi qua đỉnh C của tam giác đã cho.

Lời giải:

(hình 3.27)Gọi H' là chân đường cao xuất phát từ đỉnh A, H là giao điểm của đường thẳng Δ và AH

Vì $H \in \Delta$ nên $H(a;4-a)$



Hình 3.27

$\overrightarrow{AH}.\vec{u} = 0 \Leftrightarrow -1(a-6) + 1.(-2-a) = 0 \Leftrightarrow a = 2 \Rightarrow H(2;2)$

(Trong đó $\vec{u}(-1;1)$ là vectơ chỉ phương của Δ)

H là trung điểm của đoạn thẳng AH' nên $H'(-2;-2)$

Đường thẳng chứa cạnh BC đi qua H nhận $\vec{u}$ làm vectơ chỉ phương nên

$BC:\begin{cases} x=-2-t \\ y=-2+t \end{cases}$

Gọi $B\left(-2-t;t-2\right) \Rightarrow C\left(t-2;-2-t\right)$

E nằm trên đường cao đi qua đỉnh C nên $\overrightarrow{EC}.\overrightarrow{AB}=0$

hay $\left(t-3\right)\left(-8-t\right)+\left(1-t\right)\left(t-8\right)=0 \Leftrightarrow t^2-2t-8=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=4 \\ t=-2 \end{array}\right.$

Vậy $B\left(-6;2\right),C\left(2;-6\right)$ hoặc $B\left(0;-4\right),C\left(-4;0\right)$

Bài 38: Cho hình thoi $ABCD$ có $A(1,-2);B(-3,3)$ và giao điểm của hai đường chéo nằm trên đường thẳng $d:x-y+2=0$. Tìm toạ độ C và D.

Lời giải:

$C\left(-3;4\right),\ D\left(1;-1\right)$ hoặc $C\left(6;13\right),\ D\left(10;8\right)$

Bài 39: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có phương trình đường thẳng $AB:x-y+1=0$ và phương trình đường thẳng $BD:2x+y-1=0$; đường thẳng AC đi qua $M\left(-1;1\right)$. Tìm toạ độ các đỉnh của hình chữ nhật $ABCD$.

Lời giải:

ĐS: $A(-\frac{1}{3};\frac{2}{3})$; $B(0;1)$; $C(1;0)$; $D(\frac{2}{3};-\frac{1}{3})$

Bài 40: Cho tam giác ABC có diện tích $S=\frac{3}{2}$, tọa độ các đỉnh $A\left(2;-3\right)$, $B\left(3;-2\right)$ và trọng tâm G của tam giác nằm trên đường thẳng có phương trình $3x-y-8=0$. Tìm tọa độ đỉnh C

Lời giải:

I là trung điểm AB thì $I\left(\frac{5}{2};-\frac{5}{2}\right)$, $S_{GAB}=\frac{1}{2} \Rightarrow GH=\frac{S_{GAB}}{AB}=\frac{1}{\sqrt{2}}$, $G\left(a;8-3a\right)$

$AB:x-y-5=0,\ d\left(G;AB\right)=GH$ từ đó suy ra $C\left(-2;-10\right)$ hoặc $C\left(1;1\right)$

Bài 41: Cho điểm $M(1;\,1)$ và hai đường thẳng $d_1:3x-y-5=0,\ d_2:x+y-4=0.$

Viết phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua M và cắt d_1, d_2 lần lượt tại A, B sao cho $2MA - 3MB = 0$.

Lời giải:

$A \in d_1 \Rightarrow A(x_1; 3x_1 - 5)$, $B \in d_2 \Rightarrow B(x_2;\, 4 - x_2)$.

Vì A, B, M thẳng hàng và $2MA = 3MB \Rightarrow \left[\begin{array}{ll} 2\overrightarrow{MA} = 3\overrightarrow{MB} & (1) \\ 2\overrightarrow{MA} = -3\overrightarrow{MB} & (2) \end{array}\right.$

Ta có $\overrightarrow{MA} = (x_1 - 1;\, 3x_1 - 6)$, $\overrightarrow{MB} = (x_2 - 1;\, 3 - x_2)$.

$(1) \Leftrightarrow 2(x_1 - 1;\, 3x_1 - 6) = 3(x_2 - 1;\, 3 - x_2) \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \dfrac{5}{2} \\ x_2 = 2 \end{cases}$

Suy ra $A\left(\dfrac{5}{2}; \dfrac{5}{2}\right)$, $B(2;\, 2)$. Suy ra phương trình $d: x - y = 0$.

$(2) \Leftrightarrow 2(x_1 - 1;\, 3x_1 - 6) = -3(x_2 - 1;\, 3 - x_2) \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 1 \end{cases}$

Suy ra $A(1;\, -2)$, $B(1;\, 3)$. Suy ra phương trình $d: x - 1 = 0$.

Bài 42. Viết phương trình các cạnh của tam giác ABC nếu biết đỉnh $C\left(-4;1\right)$; phương trình các đường trung tuyến AA', đường phân giác BB' của tam giác đó lần lượt là $2x - y + 3 = 0,\ x + y - 6 = 0$

Lời giải:

$B\left(3;3\right)$, $C'\left(5;10\right)$ với C' là điểm đối xứng C qua BB'

Bài 43. Cho tam giác ABC có $A\left(4;-1\right)$ và phương trình hai đường trung tuyến $BB': 8x - y - 3 = 0,\ CC': 14x - 13y - 9 = 0$. Tính tọa độ B, C

Lời giải:

ĐS: $B\left(1;5\right)$, $C\left(-4;-5\right)$

Bài 44: Cho tam giác ABC; phương trình các đường thẳng chứa đường cao và đường trung tuyến kẻ từ đỉnh *A* lần lượt là $x - 2y - 13 = 0$ và $13x - 6y - 9 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh *B* và *C* biết tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $I(-5;\, 1)$.

Lời giải:

Ta có $A(-3;-8)$. Gọi *M* là trung điểm *BC* $\Rightarrow IM//AH$. Ta suy ra pt $IM: x-2y+7=0$. Suy ra tọa độ *M* thỏa mãn $\begin{cases} x-2y+7=0 \\ 13x-6y-9=0 \end{cases} \Rightarrow M(3;5)$.

Pt đường thẳng $BC: 2(x-3)+y-5=0 \Leftrightarrow 2x+y-11=0$.

$B \in BC \Rightarrow B(a;11-2a)$.

Khi đó $IA = IB \Leftrightarrow a^2-6a+8=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=4 \\ a=2 \end{array}\right.$.

Từ đó suy ra $B(4;3)$, $C(2;7)$ hoặc $B(2;7)$, $C(4;3)$.

Bài 45. Viết phương trình các cạnh của tam giác ABC nếu biết đỉnh $A(5;3)$, trực tâm $H(3;2)$ và trung điểm cạnh BC là $M\left(\frac{1}{2};2\right)$.

Lời giải:

$BC: 2x+y-3$, $CA: x+3y-14=0$; $AB: 4x-3y-11=0$

Bài 46: Xác định tọa độ các đỉnh của tam giác ABC biết $M(1;4)$, $N(-1;3)$ là trung điểm của BC, CA và $H\left(\frac{1}{3};-\frac{5}{3}\right)$ là trực tâm tam giác ABC.

Từ giả thiết suy ra $MN \perp CH$, $\overrightarrow{NM}(2;1) \Rightarrow CH: \begin{cases} x=-t \\ y=-1+2t \end{cases}$

Gọi $C(-t;-1_2t) \Rightarrow A(t-2;7-2t) \Rightarrow \overrightarrow{HA}\left(t-\frac{7}{3};\frac{26}{3}-2t\right)$, $\overrightarrow{CM}(t+1;5-2t)$

Do đó $\overrightarrow{HA}.\overrightarrow{CM}=0 \Leftrightarrow \left(t-\frac{7}{3}\right)(t+1)+\left(\frac{26}{3}-2t\right)(5-2t)=0$

$\Leftrightarrow 15t^2-86t+123=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=3 \\ t=\frac{41}{15} \end{array}\right.$

Do đó $C\left(-3;5\right)$, $B\left(5;3\right)$, $A\left(1;1\right)$ hoặc $C\left(-\frac{41}{15};\frac{67}{15}\right)$, $B\left(\frac{71}{15};\frac{53}{15}\right)$, $A\left(\frac{11}{15};\frac{23}{15}\right)$.